

1904.

MICHIGAN STATE NORMAL  
COLLEGE

N 14.

# ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT DURCH

P. A. C. GREH, L. W. GILBERT, J. C. FOCKENDOFF, G. UND H. WIEDENMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 300. BANDES 4. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSPEKTIERT VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH

ROSSPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in  
15 Hefen (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.*

*(Ausgegeben am 5. December 1904.)*

# Inhalt.

1. P. Lenard und V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore . . .	68
2. A. Sommerfeld. Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen . . . . .	613
3. P. Drude. Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke . . . . .	700
4. Eugen Nesper. Strahlung von Spulen . . . . .	760
5. H. Sieveking und A. Behm. Akustische Untersuchungen . . .	773
6. F. Henning. Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern . . . . .	833
7. S. Valentiner. Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse . . . . .	880
8. W. Nernst und F. von Lerch. Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination . . .	904
9. Heinrich Wommeladorf. Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung . . .	933
10. K. Honda und S. Shimizu. Über den Villarsischen kritischen Punkt beim Nickel . . . . .	983
11. C. Dieterici. Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen . . . . .	993

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Gießen, Nährungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffen, den Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.





1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 15.

### 1. *Über die Erdalkaliphosphore;* von P. Lenard u. V. Klatt.

(Schluß von p. 484.)

#### Kapitel E.

##### Analogien verschiedener Banden.

117. Vergleicht man die im Vorhergehenden studierten Banden auf ihre Eigenschaften hin untereinander, so findet man gewisse Analogien bestehen, nicht nur zwischen Banden desselben Metalles in den drei Erdalkalisulfiden, sondern auch zwischen Banden verschiedener Metalle im selben Sulfid. Die Analogien sind jedoch nicht einfacher Art und bei gegenwärtiger Kenntnis keiner exakten Fassung fähig; sie gleichen hierin den chemischen Analogien der Metalle und bestehen, wie diese, gruppenweise.

Die drei Gruppen, in welche die als wirksam gefundenen Metalle sich ordnen sind, soweit zu sehen, Cu, Pb, Ag, Zn; Mn, Ni; Bi, Sb.

Jede der drei Tab. IV, mit den hinzugefügten Anmerkungen, bringt die innerhalb einer Gruppe bestehenden Analogien zum vollständigen Ausdruck. Es sind daselbst alle Banden aufgenommen, welche größerer Intensität fähig sich gezeigt haben; schwächere Banden ohne deutliche Analogien sind dagegen fortgelassen. Alle Wellenlängenangaben  $\lambda$  haben  $10^{-6}$  mm zur Einheit; im übrigen sind die Lagen der Banden aus Taf. III zu ersehen (vgl. 32).

118. Die Eigenschaften, auf welche hin man verschiedene Banden vergleichen kann, sind: Lage im Spektrum, Einfluß der Temperatur, Einfluß der Zusätze, Erregungsverteilung. Die besten Analogien liefert die Temperatur. Nach deren Einfluß sind daher auch die Banden in den Tab. IV kolumnenweise

Tabelle IV. 1.

| Sulfid | Metall | $\gamma$       | $\alpha$ -Gruppe*   |  | $\beta$ -Gruppe   |                            |  |                            |                    |
|--------|--------|----------------|---|--|---|----------------------------|--|----------------------------|--------------------|
|        |        |                | Max. Int. und Dauer bei mittl. Temp.; mit ge- eign. Zusätzen sehr großer Int. fähig | Int. von der Temp. wenig beeinflusst; max. Dauer bei mittl. Temp.) Meist gut definiert u. mit Na- Zusatz <sup>2)</sup> großer Int. fähig | Max. Int. bei höheren Temp. Max. Dauer bei mittl. Temp. | Schlecht definiert         | Besser defn.; mit K-Zusatz größer Int. fähig       | Max. Dauer bei ca. -45°    | Schlecht definiert |
| Ca     | Cu     | $\lambda = 61$ | —   | $\alpha_2$ $\lambda = 51,5$ }  | $\beta_1$ vgl. Taf. III<br>$\beta_2$ vgl. Taf. III      | $\beta_3$ $\lambda = 44,0$ | —  | —                          | —                  |
| Sr     | Cu     | vgl. Taf. III  | $(\alpha_1?)$   | $\alpha_2$ $\lambda = 53,7$  | $\beta_1$ vgl. Taf. III                                 | $\beta_2$ $\lambda = 45,5$ | —  | —                          | —                  |
| Ba     | Cu     | —              | $\alpha_1$ $\lambda = 61$   | $\alpha_2$ $\lambda = 59$  | $\beta_1$ vgl. Taf. III                                 | —                          | —  | $\beta_4$ $\lambda = 46,3$ | —                  |
| Ca     | Pb     | vgl. Taf. III  | —   | $\alpha_1$ $\lambda = 55$<br>$\alpha_2$ $\lambda = 53$   | —   | —                          | $\beta_1$ vgl. Taf. III                            | $\beta_2$ $\lambda = 42$   | —                  |
| Sr     | Pb     | vgl. Tab. III  | —   | $\alpha$ $\lambda = 55^{**}$   | —   | —                          | $\beta_1$ vgl. Taf. III<br>$\beta_2$ vgl. Taf. III | $\beta_3$ $\lambda = 41$   | —                  |
| Ba     | Pb     | —              | —   | $\alpha_1$ $\lambda = 60^{**}$<br>$\alpha_2$ $\lambda = 58$  | —   | —                          | —  | $\beta_4$ $\lambda = 55$   | —                  |
| Sr     | Ag     | vgl. Taf. III  | —   | $\alpha_1$ $\lambda = 62$<br>$\alpha_2$ $\lambda = 55$   | —   | —                          | —  | $\beta$ $\lambda = 42$     | —                  |
| Sr     | Zn     | —              | —   | $\alpha$ $\lambda = 55^{**}$   | —   | —                          | —  | $\beta$ $\lambda = 42$     | —                  |

\* Bei CaCu und SrCu mit sehr ähnlichen Erregungsverteilungen.

\*\* Mit charakteristischem Minimum der Intensität bei -45° (vgl. Tab. III).

1) Vgl. im einzelnen Tab. III.

2) Vgl. im einzelnen Tab. I und II.

einander zugeordnet.<sup>1)</sup> Die so in eine Kolumne gelangenden Banden sind aber auch in bezug auf die Wirkung der Zusätze einander analog, soweit diese Wirkung Regelmäßigkeiten zeigte (11), und das Gleiche gilt in bezug auf Erregungsverteilung, wo allerdings nur vereinzelt, in den Anmerkungen zu den Tabellen gekennzeichnete Fälle deutlicher Analogie vorkommen. Endlich haben dieselben Banden meist auch analoge Lagen im Spektrum; Ausnahmen sind angemerkt.

Tabelle IV. 2.

| Sulfid | Metall | $\alpha$<br>Hauptbanden,<br>mit max. Int.<br>bei mittl. Temp. | $\beta$<br>Kältebanden   | $\gamma$<br>Hitzebanden   |
|--------|--------|---|--|---|
| Ca     | Mn     | $\lambda = 60^*)$   | $\lambda = 53$   | $\lambda = 48$  |
| Sr     | Mn     | $\lambda = 56^*)$   | $\left\{ \begin{array}{l} \beta_1, \lambda = 60^*) \\ \beta_2, \text{vgl. Taf. III} \end{array} \right.$ | vgl. Tab. III   |
| Ca     | Ni     | $\lambda = 64$  | $\lambda = 57$   | $\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1, \text{vgl. Taf. III} \\ \gamma_2, \text{vgl. Taf. III} \end{array} \right.$ |

\*) In der Erregungsverteilung auffallend analog.

Tabelle IV. 3.

| Sulfid | Metall | $\gamma$<br>Kältebanden | $\beta$<br>Hitzebanden | $\alpha$ -Gruppe; bei Bi mit durchweg sehr ähnlicher Erregungsverteilung |                  |                  |
|--------|--------|-------------------------|------------------------|--|------------------|------------------|
|        |        |                         |                        | $\alpha_1$   | $\alpha_2$       | $\alpha_3$       |
| Ca     | Bi     | $\lambda = 59,5$        | $\lambda = 52,2$       | $\lambda = 47$   | $\lambda = 45,4$ | $\lambda = 44,3$ |
| Sr     | Bi     | $\lambda = 63$          | $\lambda = 53,5$       | vgl. Taf. III <sup>2)</sup>  | $\lambda = 52,0$ | $\lambda = 47$   |
| Ba     | Bi     |                         | $\lambda = 55$         | $\lambda = 60^*)$  | $\lambda = 54,0$ | vgl. Taf. III    |
| Ca     | Sb     | vgl. Taf. III           | $\lambda = 46^*)$      | $\lambda = 54$   |                  |                  |

Die einzelnen Metallgruppen können charakterisiert werden, wie folgt:

1) Man wird bemerken, daß wir analoge Banden innerhalb einer Gruppe — soweit die Analogien zu sehen waren — von vornherein mit gleichen Buchstaben bezeichnet haben, um die Übersicht zu erleichtern.

2) Lage im Spektrum ohne Analogie; daher in der Tabelle außer spektraler Ordnung erscheinend.

119. Kupfergruppe (Tab. IV. 1): Jedes Metall besitzt zwei weit im Spektrum auseinanderliegende Banden, bez. Bandengruppen mit Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur, oder doch in der Nähe derselben,  $\alpha$  und  $\beta$ . Beide sind großer Intensität und Dauer fähig, und zwar die minder brechbare  $\alpha$  meist<sup>1)</sup> mit Na-Zusätzen, die brechbarere  $\beta$  mit K-Zusätzen, was im allgemeinen großen Einfluß der Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur ergibt, wie in Tab. I gefunden. Im einzelnen ist nach Tab. III zu sagen, daß die Temperatur maximaler Dauer bei  $\beta$  meist tiefer liegt als bei  $\alpha$ . Besonders bei SrPb und BaCu bildet die gewöhnliche Temperatur bereits obere Grenze des Dauerzustandes von  $\beta$ , daher (116) kein Zusatz das Violett der ersteren, das Blau der letzteren Phosphore bei gewöhnlicher Temperatur zu besonderer Dauer bringen konnte (vgl. Tab. I und II). Bei SrZn  $\beta$  liegt der Dauerzustand am tiefsten<sup>2)</sup>, weshalb Blau in Tab. I k mit keinem Zusatz als Farbe des Nachleuchtens erscheinen konnte.

Die Analogien der Temperatureigenschaften sind auch sonst sehr weitgehend; besonders hervorgehoben sei das auffallende, den Banden SrPb  $\alpha$ , BaPb  $\alpha_1$  und SrZn  $\alpha$  gemeinsame Minimum der Intensität bei  $-45^\circ$ , andeutungsweise vorhanden auch bei CaPb  $\alpha_2$ . Die helle BaCu  $\alpha_1$ -Bande scheint eine Sonderstellung einzunehmen; sie hat in der Erregungsverteilung Analogie mit SrCu  $\alpha_1$  (vgl. Taf. III).

120. Die Metalle der Mangangruppe (Tab. IV. 2) haben nur je eine Hauptbande,  $\alpha$ , im sichtbaren Gebiet mit Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur, was Einfluß der Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei dieser Temperatur ausschließt (Tab. I). In der Kälte übernimmt bei allen drei Gliedern der Gruppe die Bande  $\beta$  die Rolle der Hauptbande.

121. Bei den vier Gliedern der Wismutgruppe (Tab. IV. 3) herrscht große Mannigfaltigkeit an intensitäts- und dauerfähigen Banden mit sehr verschieden gelegenen Temperaturbereichen

1) Das ganz aparte Verhalten der Ba-Phosphore in bezug auf Zusätze ist im Kapitel A bereits hervorgehoben und dort im einzelnen zu sehen.

2) Hierdurch scheint Zn einen Übergang zu bilden in die nächste Gruppe.

(vgl. 112—114), wodurch hier besonders großer Einfluß der Temperatur auf die Phosphoreszenzfarbe resultiert (Tabb. III). Die bei gewöhnlicher Temperatur in Dauerzustand befindlichen Banden liegen im Spektrum meist<sup>1)</sup> so nahe beieinander, daß — wie bei der vorigen Gruppe und im Gegensatz zur Cu-Gruppe — die Zusätze wenig Einfluß auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur haben können (Tabb. I).

122. Was im besonderen die Banden eines und desselben Metalles bei den drei Erdalkalien anlangt, so findet man in der Kupfergruppe und bei den Bi-Phosphoren eine Verschiebung der als analog einander zugeordneten Banden nach dem Rot hin beim Übergang von Ca zu Sr und Ba.<sup>2)</sup> Die Wellenlängenzunahme bei Kupfer beträgt 2,2<sup>3)</sup> von Ca zu Sr, und 5 von Sr zu Ba für die am deutlichsten analogen Banden  $\alpha_2$ ; bei Blei 2 bez. 5 für die in Tab. IV. 1 hervorgehobenen, durch das gemeinsame Minimum bei  $-45^\circ$  sehr deutlich analogen Banden  $\alpha$ , also etwa ebensoviel wie bei Kupfer. Bei den Wismutphosphoren sind die Hitzebanden  $\beta$  am deutlichsten analog; die Wellenlängenunterschiede sind 1,3 von Ca zu Sr, 2 von Sr zu Ba, also andere als in der Cu-Gruppe.

Hervorzuheben ist aber, daß jene Regel der Verschiebung nach dem Rot hin bei Mangan im Stiche läßt; die deutlich analogen Banden  $\text{CaMn}\alpha$  und  $\text{SrMn}\alpha$  zeigen Verschiebung in verkehrtem Sinne im Betrage 4.

123. Allgemeiner und auch deutlicher gilt dagegen die Regel der Verschiebung nach Rot hin von Ca zu Sr zu Ba für die Erregungsverteilungen analoger Banden derselben Metalle. Man vergleiche in Taf. III die Erregungsverteilungen von  $\text{CaCu}(\alpha_1 + \alpha_2)$ ,  $\text{SrCu}(\alpha_1 + \alpha_2)$ ,  $\text{BaCu}\alpha_1$ , ebenso  $\text{CaPb}(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta)$ ,  $\text{SrPb}\alpha$ ,  $\text{BaPb}\alpha_1$ ;  $\text{CaPb}\beta_2$ ,  $\text{SrPb}(\beta_2 + \beta_3)$ ,  $\text{BaPb}\beta_1$ , endlich auch  $\text{CaBi}\beta$ ,  $\text{SrBi}\beta$ ,  $\text{BaBi}\beta$  und die charakteristischen Verteilungen mit dem Minimum zwischen zwei Maxima für  $\text{CaBi}\alpha$ ,  $\text{SrBi}\alpha$ ,  $\text{BaBi}\alpha$ . Man bemerkt in allen diesen Fällen

1) Nicht bei  $\text{SrSb}$  nach 169.

2) Dies ist bereits bei dem ersten hierfür gelieferten Beispiel der Cu-Phosphore des Ca und Ba an deren Hauptbanden hervorgetreten; I p. 96—98.

3) 10—5 mm, wie stets.



erstens eine Verschiebung der ganzen Verteilungskurve nach dem Rot hin, zweitens außerdem eine Verschiebung des Schwerpunktes innerhalb der Verteilung selbst ebenfalls nach dem Rot hin.

Bei den Sr- und noch mehr bei den Ba-Phosphoren sind dementsprechend die Erregungsverteilungen im allgemeinen viel weiter ins sichtbare Gebiet hinein gerückt als bei den Ca-Phosphoren (vgl. Taf. III), am weitesten, bis gegen Fraunhofers *E* hin, bei  $\text{BaCu } \alpha_1$  und  $\text{BaBi } \alpha$ .

124. Besonders und wiederholt zu bemerken ist, daß gemeinsame Banden aller Ca-, aller Sr- oder Ba-Phosphore nicht bestehen.<sup>1)</sup> Wohl erscheinen manche Banden in gleicher spektraler Lage, z. B.  $\text{SrPb } \alpha$ ,  $\text{SrZn } \alpha$  und  $\text{SrAg } \alpha$ , bei  $\lambda = 55.10^{-5} \text{ mm}$  (vgl. Taf. III), doch unterscheiden sie sich dann nach Erregungsverteilung bez. Temperatureigenschaften, sind also keineswegs identisch.

125. Ebensowenig wie gemeinsame Banden finden sich auch gemeinsame Erregungsverteilungen oder auch nur gemeinsame Erregungsmaxima<sup>2)</sup> weder bei Phosphoren eines und desselben Erdalkalis, noch auch überhaupt (vgl. Taf. III).

126. Man muß danach zugeben, daß sowohl die Emission des Phosphoreszenzlichtes als auch die Absorption des erregenden Lichtes durch die in den Phosphoren befindlichen Metallatome bewirkt wird, was der früher bereits ausgesprochenen Auffassung<sup>3)</sup> entspricht, daß die Phosphoreszenzen den Metallen zuzuschreiben seien, nicht den Erdalkalisulfiden, und was durch die noch folgenden Versuche an möglichst metallfreien Präparaten nur bestätigt wird (Kapitel F, a) und 135, 136).

Der Zugehörigkeit der Phosphoreszenzen zu den Metallatomen entspricht es auch, daß chemisch ähnliche Metalle analoge Phosphoreszenzbanden hatten. Zugleich zeigen aber die unter 122 und besonders 123 bemerkten Regelmäßigkeiten an, daß das Sulfidmolekül mitbeteiligt sei an den Bestimmungs-

1) Die früher erwähnte (50) gemeinsame Kältebande, welche alle unsere Strontiumphosphore zeigten, war aus den dort angegebenen Gründen aus den Resultaten zu eliminieren.

2) E. Becquereis Angabe solcher gemeinsamen Erregungsmaxima (l. c. I Fig. 32, p. 303 u. ff.) hat sich danach an reinen Phosphoren nicht bestätigt.

3) I p. 107.

stücken der Schwingungsdauern der Emission sowohl als der Absorption. Den Molekülen des Zusatzes dagegen fehlt solche Beteiligung, denn sie verschieben weder die Banden noch die Erregungsverteilungen (34, 108); sie bewirken nur eine bevorzugende Auswahl unter den durch die Natur des Metallatoms zusammen mit dem Sulfid als möglich gegebenen Schwingungsdauern.

## Kapitel F.

Über Reinigungs- und Präparationsmethoden, über die Phosphoreszenzen metallfreier und zusatzfreier Präparate und über chemische Analyse durch Phosphoreszenzbeobachtung.

### F. a) Metallfreie Präparate.

127. Wie bereits eingangs hervorgehoben, haben wir großes Gewicht darauf gelegt, nur mit Substanzen von bekannter chemischer Zusammensetzung zu arbeiten. Vor allem kam es auf äußerste Reinheit der bei der Bereitung der Phosphore in größter Menge eingehenden Materiale, der Erdalkalkarbonate und des Schwefels an.

Es wurden die folgenden kohlensauren Kalke versuchsweise verarbeitet, bez. Reindarstellungsmethoden geprüft:

1. Carraramarmor<sup>1)</sup> in reiner Salpetersäure gelöst, durch Fällung mit Schwefelammon und Ammoniak von Metallen befreit und mit ebenso gereinigtem kohlensauren Ammon ausgefällt.<sup>2)</sup>

2. Die bereits wie vorher gereinigte Kalknitratlösung zu weiterer Befreiung von Metallen mit bereits sehr reinem Schwefelcalcium behandelt; Fällung wie vorher.

3. Die schon vorgereinigte Kalklösung mit wenig bereits sehr reinem Ätzkalk behandelt, wie weiter unten (158) ausführlich anzugeben; Fällung wie vorher.

4. Reinigung der Kalklösung wie in 3., aber Fällung mit kohlensaurem Ammon, welches aus reinem, durch Watte filtrierten Kohlendioxidgas und ebensolchem Ammoniakgas hergestellt war.

1) In Parallelversuchen auch sklenoedrischer, gelblich gefärbter Kalkspat.

2) Es ist dies die früher ausschließlich von uns benutzte, damals als analytische bezeichnete Reinigungsmethode (I p. 98).

5. Kalklösung, wie unter 3. gereinigt, wurde zunächst durch langes Kochen mit überschüssiger reiner Salpetersäure von Chlorspuren befreit, alsdann der Elektrolyse unterworfen zwischen Elektroden aus reinem Platin.<sup>1)</sup> Die Anode befand sich frei in der Flüssigkeit, die Kathode in einem dichten Sacke aus gereinigtem Pergamentpapier. Die Stromstärke war gering gehalten, so daß nur sehr schwache Gasentwicklung eintrat. Nach fünf Tagen war die anfangs sehr schwach gelbliche Lösung völlig farblos geworden. Sie wurde gefällt mit kohlensaurem Ammon, das wie unter 4. aus Gasen bereitet war.

6. Gut ausgebildete, ausgesuchte, völlig farblose Kristalle von Arragonit (Fundort Urvölgy in Ungarn), gut gewaschen und fein pulverisiert.

Meist wurde vor dem Glühen mit Schwefel der kohlensauere Kalk zu Oxyd gebrannt.

128. Der Schwefel kam in drei Sorten zur Verwendung: 1. kristallisiert aus Schwefelkohlenstoff, 2. zweimal destilliert, 3. natürliche, völlig klare, hellgelbe, wohl ausgebildete Kristalle.

129. Alles zur Herstellung des Sulfids nötige Glühen geschah in Berliner Porzellantiegeln, welche mit Folie des vorgenannten reinen Platins ausgekleidet waren.

130. War aus den genannten Materialien das Schwefelcalcium zunächst ohne Zusatz (und ohne Metall) dargestellt worden, so leuchtete es nach Belichtung an der Sonne beim Zurückziehen ins Dunkle gar nicht merklich, im rotierenden Phosphoroskop  $\frac{1}{300}$  Sek. nach Belichtung an stark konzentriertem Sonnenlicht unmerklich bis sehr matt, niemals mit

1) Eine besondere Flammenreaktion auf Kupfer hat uns gezeigt, daß das benutzte, von der Firma Heraeus bezogene Platin außerordentlich frei war von diesem, bei der Bereitung reiner Phosphore besonders zu fürchtenden Metalle. Die Reaktion besteht darin, daß die betreffende Probe in den äußersten Saum einer Bunsenflamme gebracht wird, welche aus metallfreiem Brenner von Leuchtgas kommt, das salzsäurehaltig gemacht ist. Der Flammensaum wird dann bei Anwesenheit von Kupfer grün. Natrium, das sonst stark stört, wird durch die Salzsäure entleuchtet. Es war so  $10^{-6}$  g Kupfer, am Ende eines Drahtes befindlich, eben noch deutlich nachweisbar. Man findet mit Hilfe dieser Reaktion leicht, daß alles gewöhnliche Platin des Handels kupferhaltig ist.

unterscheidbarer Farbe, im Filterultraviolett<sup>1)</sup> ebenso; sehr intensivem, blavioletttem Licht ausgesetzt, zeigte es im lichtstarken Spektroskop gleichzeitig beobachtet kein sichtbares Phosphoreszenzspektrum; im Zinkfunkenphosphoroskop erschien sehr mattes Leuchten, die Farbe, soweit unterscheidbar, von Fall zu Fall verschieden, meist sehr fahl, die Dauer sehr kurz. Nur in intensiven Kathodenstrahlen einer Entladungsröhre, welche wir in einem Falle benutzten, war helleres Leuchten rein dargestellten Schwefelcalciums ohne Zusatz bemerkbar, die Farbe lavendelblau, das Nachleuchten sehr matt, nebelgrau; das Spektrum war kontinuierlich, von Fraunhofers *C* bis *H* reichend, mit einem vielleicht nur dem Auge zuzuschreibenden Maximum der Helligkeit bei *E*. Ganz dasselbe Spektrum gab übrigens in den Kathodenstrahlen auch das gereinigte Calciumoxyd, aus welchem jenes Sulfid dargestellt worden war.

131. Als wir nun aber dasselbe Sulfid mit Zusatz von  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ <sup>2)</sup> herstellten, zeigte es veränderte Phosphoreszenz in den Kathodenstrahlen; sie war sehr viel heller und lange nachleuchtend geworden, und zwar entsprachen die Farben während und nach der Bestrahlung sowie das Spektrum in jeder Beziehung einem  $\text{CaCuNa}$ -Phosphor (Tab. IIa). Hierdurch muß, allen unseren Ergebnissen entsprechend (vgl. besonders 132, auch 134), Kupfergehalt trotz aller auf die Reinigungen angewandten Mühe als nachgewiesen betrachtet werden.

Zugleich zeigt der Versuch — was wir als früheres Resultat (I p. 96, 107) bereits vorangestellt hatten und was sich auch weiter nur bestätigt (Kapitel F, b) —, daß das Vorhandensein von Zusätzen nötig ist, um die Phosphoreszenzen vorhandener Metallspuren hervortreten zu lassen.

132. Dementsprechend haben wir zur weiteren Prüfung der Reinigungsmethoden eine größere Zahl von Versuchen mit Zusätzen zu dem aus den angegebenen Materialien (127, 128)

1) Wir konnten dies Untersuchungsmittel auf eingeschmolzen aufbewahrte identische Proben — hier sowie in vielen anderen Fällen — nachträglich noch anwenden.

2) Alle Salzzusätze waren nach den besten uns bekannten chemischen Methoden und durch wiederholtes Umkristallisieren sorgfältig rein dargestellt worden.

hergestellten Schwefelcalcium ausgeführt;  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{K}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{NaFl}$ ,  $\text{NH}_4\text{Cl}$  wurden meist benutzt.

Die Resultate können wie folgt zusammengefaßt werden:<sup>1)</sup>

1. Die beobachteten Phosphoreszenzen waren meist von deutlich größerer Dauer und auch etwas größerer Intensität als die von gereinigtem Schwefelcalcium ohne Zusatz; auch Belichtung an der Sonne und Zurückziehen ins Dunkle zeigte hier oft Leuchten mit deutlich erkennbarer Farbe. Gegenüber dem Leuchten der Phosphore, welche aus denselben Materialien bei Hinzufügung wirksamer Metalle erhalten werden, waren indessen alle diese Erscheinungen von verschwindender Schwäche; es braucht nur daran erinnert zu werden, daß bei diesen Phosphoren das Filterultraviolett weitaus genügte, um helle Phosphoreszenzspektren auch bei sehr verengtem Spektroskopspalt beobachten zu lassen, während hier die gleiche Erregung bestenfalls einige mattgrüne Punkte an den Präparaten hervorbrachte.

2. Die für reinst zu haltenden Materiale ergaben die mindeste Intensität; es waren dies a) der nach 127(5) chemisch und dann noch elektrolytisch gereinigte Kalk mit zweimal destilliertem Schwefel und  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  als Zusatz, und b) der unter 127(6) genannte Arragonit mit demselben Schwefel und  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ . Im Falle a) zeigte sich nach Belichtung an der Sonne der größte Teil der Masse dunkel, nur einige Stellen leuchteten sehr matt, grün; im Zinkfunkenphosphoroskop war gemischt grünlichgelbes und violettrotes mattes Leuchten zu sehen; das spätere Nachleuchten war gemischt grünlich und violett. Vor der Elektrolyse — Reinigung nach 127(3) — waren die Intensitäten größer, die Farben gesättigter und mehr Gelb, weniger Violett im Gemisch vertreten gewesen. Im Falle b) war nach Belichtung an der Sonne überhaupt kein Leuchten zu sehen, im Zinkfunkenphosphoroskop matt Goldgelb und Grün gemischt, das Goldgelb etwas länger nachleuchtend als das Grün.

3. In allen Fällen fiel die wechselvolle, unbestimmte Phosphoreszenzfarbe der verschieden gereinigten Präparate, ja meist auch der verschiedenen Teile derselben Probe auf.

<sup>1)</sup> Sie gelten auch für Schwefelcalcium, welches auf dem weiter unten (156) anzugebenden Wege aus schwefligsaurem Kalk bereitet war.

4. Die am häufigsten auftretenden Phosphoreszenzen zeigten — wie auch in den erwähnten Fällen a) und b) — die Eigenschaften der  $\text{CaCu}$ - und der  $\text{CaMn}$ -Phosphoreszenz.  $\text{K}_2\text{SO}_4$  statt  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  als Zusatz verwandelte Grün in Bläulichgrün (vgl. Tab. Ia),  $\text{NH}_4\text{Cl}$ -Zusatz ließ Orangegelb überwiegen (vgl. Tab. Ic). Soweit die Spektren im Zinkfunkenphosphoroskop genügend hell erschienen, enthielten sie in wechselnden Intensitäten die Banden  $\text{CaCu}\alpha$  und  $\beta$  und  $\text{CaMn}\alpha$ . Eines der heller gelb leuchtenden Präparate ließ im Quarzspektrum deutlich die für  $\text{Mn}\alpha$  charakteristische Erregungsverteilung erkennen.

Fügt man noch hinzu (vgl. 148): 5., daß das Ansteigen der Phosphoreszenzhelligkeit mit wachsendem Kupfergehalt bei Schwefelcalcium mit geeignetem Zusatz, wie  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , so rasch erfolgt, daß bereits 0,000005 Gewichtsteile Cu genügen würden, um die an unseren reinen Präparaten beobachteten Kupferphosphoreszenzen zu ergeben, während chemische Reaktion weniger als 0,000012 Gewichtsteile nicht mehr nachweist<sup>1)</sup>, so hat man unter 1. bis 5. alle Gründe, welche uns bestimmen, sämtliche an gereinigtem Schwefelcalcium mit Zusatz beobachteten Phosphoreszenzen nicht diesen Stoffen selber, sondern in ihnen vorhandenen Metallspuren — vornehmlich Cu und Mn — zuzuschreiben, von solcher Geringfügigkeit, daß sie allen bekannten Trennungs- und Nachweisungsmethoden entgehen.

Dieses Resultat ist in Übereinstimmung mit dem Fehlen gemeinsamer, den Erdalkalisulfiden selber zuzuschreibenden Banden bei den aus ihnen dargestellten Phosphoren (vgl. 124 bis 126).

Zugleich zeigen dann die vorhergegangenen Versuche, daß die Phosphoreszenzen der Metalle in den Erdalkalisulfiden ein außerordentlich empfindliches Mittel bieten zur Nachweisung geringster Metallmengen (vgl. 171).

133. In bezug auf Strontium- und Baryumsulfid ist hinzu-

1) Eine möglichst eingeeengte Lösung von  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$  wurde durch gelbes Blutlaugensalz erst bei einem Kupfergehalt über der angegebenen Menge unter günstigen Verhältnissen merklich gebräunt. — Die weiter oben (127) angegebene Flammenreaktion leidet bei Gegenwart von viel Ca an Empfindlichkeit und das gleiche gilt von den spektralanalytischen Methoden (vgl. Fußnote 3 zu 160).

zufügen, daß die Reinigungsversuche das gleiche Ergebnis hatten, wie beim Calciumsulfid (vgl. z. B. 164 und 167). Die an reinstem Sr- und Ba-Sulfid mit Zusätzen erscheinenden Phosphoreszenzen besaßen wieder überwiegend die Eigenschaften der Kupferphosphoreszenz; sie waren im allgemeinen etwas heller als bei Ca-Sulfid, was dem Umstande zuzuschreiben sein dürfte, daß in Sr- und Ba-Sulfid noch geringere Cu-Mengen zu großer Phosphoreszenzhelligkeit genügen, als in Ca-Sulfid (150).

#### F. b) Zusatzfreie Präparate.

134. Die Phosphoreszenzen zusätzfreier Präparate betreffend ist vorweg zu bemerken, daß auch hier die Beobachtungen nur auf Annäherungen an den verlangten Zustand der Reinheit sich beziehen können; denn die Salzmengen, welche bereits als Zusätze wirken können, scheinen ebenfalls außerordentlich klein zu sein.<sup>1)</sup>

Wir haben fast alle im Vorhergehenden als wirksam gezeigten Metalle in den betreffenden Erdalkalisulfiden auch ohne Zusätze versucht. Die resultierenden Phosphoreszenzen waren jedesmal nur sehr schwach, ausgenommen in Entladungsröhren. Es seien zwei eingehender untersuchte Fälle hervorgehoben; die betreffenden Präparate waren ganz nach den Verfahren hergestellt, welche, wenn der Zusatz nicht weggelassen wird, außerordentlich hell und dauernd leuchtende Phosphore ergeben.

1) Daß man auch nach ausgiebiger und sorgfältiger Waschung des durch Fällung gewonnenen Erdalkalikarbonates Phosphore aus demselben erhält, deren Emission ganz dieselbe ist, wie sie dem Vorhandensein von Spuren derjenigen Salze als Zusätzen entspricht, welche in den Fällungslösungen des Karbonates enthalten waren, haben wir früher schon hervorgehoben (I p. 91 u. 101). Um solche ungewollte Zusatzwirkungen tunlichst zu vermeiden, haben wir stets nur aus salpetersaurer Lösung und mittels Ammonkarbonat gefüllt; die hinzuzufügenden Metalle wurden meist als Nitrate gelöst. — Daß alle unsere Phosphore starke, wenn auch kurze Na-Reaktion in der Flamme zeigten, auch wenn die benutzten Materiale Na-frei waren, ist kaum nötig zu bemerken; Sublimationen aus den Tiegelwänden sind in der zur Bereitung nötigen Glühhitze nicht auszuschließen und die Anwendung von Platintiegeln verbot sich dadurch, daß für jedes Metall ein besonderer Tiegel aus kupferfreiem Platin nötig gewesen wäre.



1. Schwefelcalcium mit Kupfer ohne Zusatz leuchtete nach Belichtung an der Sonne nur sehr schwach, nebelgrau, im rotierenden Phosphoroskop  $\frac{1}{300}$  Sek. nach Belichtung mit konzentriertem Sonnenlicht ebenfalls nur sehr matt ohne sicher angebbare Farbe. Im Filterultraviolett wurde gar kein Leuchten sichtbar. Im Quarzspektrum belichtet zeigte sich Blaugrün — was Kupfer entspräche<sup>1)</sup> — nur im weniger brechbaren Ultraviolett bis etwa  $\lambda = 27.10^{-6}$  mm hin, von da ab im äußersten Ultraviolett gelb, beide Farben fahl und matt; im noch matteren Nachleuchten waren keine Farben unterscheidbar. Im Zinkfunkenphosphoroskop war blaugrünes Leuchten von einiger Dauer zu sehen; in der Entladungsröhre Blau von sehr großer Intensität<sup>2)</sup>, mit ebenfalls hellem, grünem Nachleuchten. Das Spektrum, bei beiden zuletzt genannten Erregungen gut beobachtbar, war kontinuierlich von Orange bis ins äußerste Violett mit einem Maximum der Helligkeit bei Fraunhofers  $E^3)$ , also deutlich unterschieden von dem irgend eines CaCu-Phosphors, besonders durch viel größere Helligkeit in der Gegend von Fraunhofers  $D$  bis  $E^4)$ .

2. Schwefelcalcium mit Wismut ohne Zusatz leuchtete ebenfalls nach Belichtung an der Sonne kaum wahrnehmbar; im Phosphoroskop,  $\frac{1}{300}$  Sek. nach Belichtung matt, bläulich. Selbst in der Entladungsröhre war hier das Leuchten nur matt, die Farbe blau, das Nachleuchten sehr schwach, mehr

1) Vgl. Taf. III, Nr. 2.

2) Die Intensitäten der Phosphoreszenzlichter bei Cu-haltigem Ca-Sulfid ohne und mit Zusatz standen im Verhältnis  $0,5:2,0 = 1:4$  bei Erregung mit intensiven, schnellen Kathodenstrahlen aus einem Aluminiumfenster (vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 473. Tab. XXVI. 1903) und  $388:1092 = 1:2,8$  bei Erregung mit langsamen Kathodenstrahlen (l. c. p. 469. Tab. XXV).

3) Gleich dem oben (130) an gereinigtem Schwefelcalcium und auch an ebensolchem Calciumoxyd beobachteten Spektrum.

4) Wir haben den direkten Vergleich in der Entladungsröhre mit CaCuNa ausgeführt; vgl. übrigens auch Taf. II, Nr. 2, 4, 5. — Der frühere Befund (I p. 96), daß CaCuNa und CaCu ohne Zusatz dasselbe Maximum im Spektrum zeigen, nur in verschiedenen Intensitäten, kann zwar als bestätigt angesehen werden, soweit ohne Zusatz die Lage des Maximums feststellbar ist, führt aber nach jetziger, eingehenderer Kenntnis der übrigen Teile des Spektrums nicht mehr zu dem Schlusse der Identität beider Spektren (vgl. übrigens auch I p. 101).

grünlich als blau. Im Spektrum des Phosphoreszenzlichtes während der Entladung konnten allerdings die CaBi-Banden  $\gamma$ ,  $\beta$  und die  $\alpha$ -Gruppe unterschieden werden, jedoch vermischt mit viel kontinuierlichem, viel weiter ins Violett hinaus reichendem Licht, wie der Vergleich mit zusatzhaltigem Präparate zeigte.

135. Man kann diese Beobachtungen (130, 131, 134) dahin zusammenfassen, daß Erdalkalisulfide ohne Zusatz, mit oder ohne Metall, sich überhaupt nicht wie Phosphore verhalten oder doch nur in so geringem Grade wie solche, als es bei dem unvermeidlichen Mitwirken ungewollter Zusätze und der großen Empfindlichkeit für geringe Zusatzmengen (134) erwartet werden muß. Sie waren durch Licht, das durch Quarz geht, nicht oder nur schlecht erregbar, relativ sehr viel besser durch Kathodenstrahlen, zeigten aber auch dabei kein oder nur schlechtes Nachleuchten und fremde Spektren, in welchen die den vorhandenen Metallen nach Kap. B zugehörigen Banden nicht oder nur wenig hervortraten.

136. *Reines Schwefelcalcium* gehört ebenfalls zur Klasse der zusatzfreien Präparate. Besitzt es überhaupt eine Eigenphosphoreszenz, so müßte diese nach allem Vorhergehenden (s. besonders 130) doch von ganz anderer Art sein als irgend eine der hier studierten Phosphoreszenzen, vor allem nur durch schnelle, intensive Kathodenstrahlen gut erregbar und von ganz kurzer Dauer.

#### F. c) Über die Wirkungsweise der Zusätze.

137. Die Wirkung der Zusätze, die Banden der Metalle erst zur Entwicklung zu bringen, ist, wie bereits früher hervorgehoben (I p. 107), sichtbar begleitet von einem Einfluß auf die molekulare Struktur der Phosphore. Ohne Zusatz bildet das unschmelzbare<sup>1)</sup>, metallhaltige Sulfid eine pulverige, lockere Masse; der Zusatz läßt sie zusammenhaften oder emailleartig zusammensintern. Man findet bei gelungener Präparation nach dem Glühen mit dem Zusatz ein verkleinertes Volumen der Masse im Tiegel vor, wobei dieselbe meist von

1) Schmelzbarkeit hier stets in bezug auf die Temperaturen gedacht, welche zur Bereitung der Phosphore nötig sind; etwa Gelbglut.

der Wand des Tiegels sich losgelöst hat und einen kleinen, frei am Tiegelboden liegenden Kuchen bildet. Das Wesentliche dieser Wirkung scheint Annäherung der Atome des wirk-samen Metalles — bez. der Moleküle von dessen Sulfid — an die Moleküle des Erdalkalisulfids zu sein, durch welche Annäherung erst das Zusammenwirken beider möglich wird, welches in Gestalt der Emissionsbanden zutage tritt, deren Eigenschaften von beiden zusammenwirkenden Komponenten, dem Metall sowohl wie dem Erdalkalisulfid, abhängen, wie Kap. E zeigt.

Dementsprechend sind auch alle guten Zusätze entweder selber schmelzbare Körper, oder doch fähig, durch Umsetzung solche zu bilden. Zur letzteren Art von Zusätzen gehört z. B.  $\text{NH}_4\text{Cl}$ , selber sogar flüchtig in der Hitze, aber schmelzbares Erdalkalichlorid bildend, welches dann als eigentlicher Zusatz wirkt.

138. Die Schmelzung scheint in allen Fällen auch eine Lösung von Erdalkalisulfid im Zusatz zur Folge zu haben, wonach die Bildung besonderer Molekularkomplexe, Sulfid und Zusatz samt dem Metall enthaltend, anzunehmen wäre. — Bringt man an den Rand einer Perle von  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , welche an einer Platinöse sich befindet, ein Körnchen Calciumsulfid, und erhitzt im oberen Reduktionsraum einer Bunsenflamme<sup>1)</sup>, so kann man sehen, wie von dem Sulfidkörnchen ausgehend alsbald eine kristallinisch aussehende Wucherung die ganze flüssige Perle durchsetzt und sie schnell in eine undurchsichtige breiige Masse verwandelt, welche beim Erkalten emaille-artig erstarrt. Das Calciumsulfid hat sich also in dem ganzen Volumen des  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  verteilt. War das benutzte Sulfid wismuthaltig, so findet man die entstandene Emailleperle sehr gut phosphoreszenzfähig, mit langem Nachleuchten von blauer Farbe, und zwar selbst dann noch, wenn sie ganz überwiegend aus  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  besteht. Es ist demnach  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  ein Zusatz, welcher durch Überschuß nicht nur nicht sehr verdünnend, sondern auch durchaus nicht zerstörend wirkt auf die Phosphoreszenzfähigkeit.

139. Anderer Art sind jene Zusätze, welche, wie  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,

---

1) Im Oxydationsraum würde das Sulfid schnell zersetzt.

eine chemische Umsetzung bewirken. Hierher gehört auch  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ . Führt man den beschriebenen Versuch mit diesem Salz als Perle aus, so sieht man zuerst das Sulfidkorn klar sich lösen, alsdann, bei höherer Temperatur, tritt heftiges Brodeln der Perlenmasse ein unter Ausstoßen gelblicher Flämmchen; das Endresultat ist wieder klare Lösung. Die Umsetzung dürfte in der Bildung von Calciumborat bei Freiwerden von verbrennendem Schwefel bestanden haben. Zusätze solcher Art müssen im Überschuß verderbend auf die Phosphore wirken.

140. Der schwerst schmelzbare Zusatz, welchen wir verwandten, ist  $\text{CaF}_2$ , erst bei beginnender Weißglut im Gebläse flüssig werdend. Derselbe hat aber die Eigenschaft, bereits bei viel niedrigeren Temperaturen von anderen geschmolzenen Salzen gelöst und dadurch verflüssigt zu werden, so von  $\text{K}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ,  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$ . Hierauf dürfte die gute Wirkung der Kombinationen von  $\text{CaF}_2$  mit anderen Zusätzen beruhen (vgl. Tab. I).

141. Nicht ausgeschlossen ist es, daß die Wirkung der Zusätze, durch teilweise Schmelzung die Bildung besonderer Molekülgruppierungen, Sulfid und Metall enthaltend, zu ermöglichen (138), auch durch hohe Temperatur allein schon eintreten kann, wenn ein schmelzbares Sulfid des Metalles sich bildet, welches dann selber die Rolle des Zusatzes übernimmt. Dies scheint in geringem Maße bei Bi, besonders aber bei Sb der Fall zu sein, welches Metall in Calciumsulfid auch ohne Zusatz schon einigermaßen helle Phosphoreszenz ergab, nicht ohne daß dieselbe durch passende Zusätze auch hier wesentlich verstärkt wurde.<sup>1)</sup>

142. *Reines Zinksulfid* von geeigneter molekularer Struktur scheint der einzige Körper zu sein, welcher alle Eigenschaften eines Erdalkaliphosphors besitzt, ohne doch ein solcher zu sein. Da wir aber Zink als wirksames Metall nachgewiesen

1) Unter allen Umständen schützt das Zusammenbacken der Masse durch den Zusatz dieselbe auch vor Verderbnis durch unvermeidlichen Luftzutritt beim Glühen. Man findet die ohne Zusatz stets nur pulverigen Massen bei wiederholtem Glühen sehr viel schneller schwefelarm werden, als bei Gegenwart von Zusatz.

haben, ist es zulässig, den genannten Körper als einen Phosphor anzusehen, in welchem das Erdalkalisulfid durch Zinksulfid ersetzt ist, in welchem Zink das wirksame Metall ist, und welcher eines Zusatzes zur Verbindung beider nicht bedarf, da sie bereits in einem und demselben Molekül sich vereinigt finden.

F. d) Einfluß der Menge von Zusatz und Metall.

143. Über den Einfluß der Menge der Zusätze auf die Phosphoreszenzen sind unsere Erfahrungen wie folgt zusammenzufassen:

Ist der Zusatz in sehr feiner Verteilung vorhanden, wie etwa wenn er dem Erdalkalikarbonat aus der Fällungslösung anhaftet, so genügen schon sehr geringe Mengen, um ihn wirken zu lassen. Um jedoch volle Wirkung zu erzielen, ist 0,005—0,015<sup>1)</sup> des Zusatzes meist noch etwas zu wenig. So gab z. B.  $\text{BaBiK}_3\text{B}_6\text{O}_{10}$  mit 0,00012 Bi und 0,013 des Zusatzes nur Int. 5, erst mit 0,03 Zusatz Int. 8 (Tab. Ip, Nr. 9). Ähnlich tritt bei  $\text{SrCuLi}_3\text{PO}_4$ , das Blau ( $\beta$ -Banden), durch den Li-Zusatz begünstigt, neben dem Gelbgrün ( $\alpha$ -Bande) erst dann mehr in den Vordergrund, wenn dieser Zusatz in nicht zu geringer Menge vorhanden ist. Es ergaben — stets bei 0,00009 Cu — 0,005  $\text{Li}_3\text{PO}_4$  nur Gelbgrün, 0,010 schon Blaugrün und Gelbgrün gemischt, aber erst 0,015 machten die ganze Masse blaugrün leuchtend.

144. Je mehr Metall vorhanden ist, um so mehr Zusatz ist auch nötig, um volle Wirkung in bezug auf Intensität und Farbe zu erzielen. Als Beispiel diene die folgende Beobachtung an  $\text{SrCuKH}_2\text{PO}_4$ , wobei daran zu erinnern ist, daß das Hervortreten der  $\beta$ -Bande (Blau) bei SrCu spezielle Wirkung des K-Zusatzes ist (Tab. IIg). Es gab 0,00003 Cu mit 0,025 Zusatz gleichförmiges Hellblau mit der Int. 5; 0,00006 Cu bei der gleichen Zusatzmenge ließ einen Teil der Masse mehr grünlich leuchten und die Intensität dieses Teiles bis auf 3 zurückgehen, und es war die Zusatzmenge auf 0,033 zu erhöhen, um wieder gleichförmiges blaues Leuchten, zugleich in

1) Alle Mengenangaben sind, wo nicht anderes bemerkt, auf 1 Gewichtsteil vorpräpariertes Sulfid (159) bezogen.

der vergrößerten Int. 6 zu erhalten; bei 0,00009 Cu und 0,025 Zusatz erschien Hellblau mit Grünlich gemischt, Int. 5, und es war 0,04 Zusatz nötig, um wieder gleichförmiges Blau mit der Int. 6 hervorzubringen. Die Glühdauer war in allen diesen Versuchen die gleiche, 15 Min.

145. Die Zusatzmenge 0,1 haben wir zur Erzielung größter Intensität und Farbensättigung selten, und dann nur wenig überschritten, sofern einfache Zusätze angewandt wurden. Es tritt nämlich bei größeren Zusatzmengen leicht völlige Schmelzung der Masse ein, was bedeutende Verunreinigung derselben aus den Tiegelwänden zur Folge hat und wohl schon aus diesem Grunde, auch wenn nicht außerdem der Zusatz zersetzend wirkt (139), stets vermindertes Leuchten ergab. Nur im Falle gemischter Zusätze konnte 0,1 als gesamte Zusatzmenge oft mit Vorteil überschritten werden. Als extremes Beispiel dieser Art sei ein Kalk-Mangan-Phosphor genannt mit 0,00047 des Metalles und den Zusätzen  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$ ,  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ,  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  in den Mengen von je 0,2, zusammen 1,0, so daß dieser Phosphor zu 50 Proz. aus Zusatz bestand; er war einer der hellsten CaMn-Phosphore, die wir erhalten haben, goldgelber Nuance, Intensität 5.

146. Den Einfluß der Menge der wirksamen Metalle betreffend gilt die früher (I p. 107) gegebene Charakterisierung auch für die neu hinzugekommenen Metalle. — Überall steigt die Phosphoreszenzhelligkeit mit zunehmendem Metallgehalt zuerst sehr schnell an, so daß bei Mengen, die meist weit unter 0,0001 liegen, schon nahe maximale Helligkeit erreicht ist; das dann noch folgende geringe Ansteigen führt zu einem oft sehr weitem Bereiche so gut wie konstanter Intensität, nach dessen Durchschreitung Abfall eintritt, bis schließlich zum Nichtleuchten.

147. Dieser Abfall scheint bei manchen Metallen sehr rapid zu sein; er ist dann an schmutziger, graulicher Farbe der resultierenden Massen kenntlich. Bei anderen Metallen ist der Abfall mehr allmählich, so daß das Doppelte und Dreifache der bestwirkenden Metallmenge vertragen wird, ohne daß die Phosphoreszenz ganz zurücktritt; in solchen Fällen wird die Masse nicht mißfarbig, sondern sie weist nur in größerer Vertiefung denselben Farbenton auf, welcher zart auch

bei günstigstem Metallgehalt schon vorhanden ist (vgl. 104). Hierher gehören Cu in Ba-<sup>1)</sup> und Bi in Sr-Sulfid. Ein außerordentlich weites Bereich fast konstanter Phosphoreszenzhelligkeit besitzen Cu und Pb in Ca-Sulfid (bis zu 0,001 des Metalles) und ganz besonders Mn in Ca-Sulfid (bis zu 0,002).

148. Sowie der Abstieg der Helligkeit, erfolgt auch der Anstieg bei verschiedenen Metallen in verschiedener Weise. Außerordentlich langsames Ansteigen zeigt die blaue Bleiphosphoreszenz ( $\beta$ -Gruppe, mit Li-Zusatz) in Ca-Sulfid; das Maximum der Wirkung im Nachleuchten wird hier erst bei etwa 0,0006 Pb erreicht; geringere Mengen geben sehr merklich geringere Intensität des Blau. — Sehr schnelles Ansteigen zeigt die grüne Cu-Phosphoreszenz ( $\alpha$ -Bande) in Ca-Sulfid, welche bereits bei 0,00005 Cu in das Bereich nur mehr geringen weiteren Ansteigens eintritt. Noch schneller erfolgt der erste Anstieg bei Cu in Sr- und Ba-Sulfid. Die Bi-Phosphoreszenz in Ba-Sulfid erreicht ihr Maximum sogar schon nahe bei 0,00002 Bi. Das allerschnellste Ansteigen haben wir bei Ag in Sr-Sulfid beobachtet, wo das Maximum schon bei 0,00001 Ag so gut wie erreicht war.

149. Besonders bemerkenswert ist es, daß verschiedene Banden desselben Metalles auch in Hinsicht der Metallmenge, deren sie zu ihrer vollen Entwicklung bedürfen, ein verschiedenes Verhalten und also gegenseitige Unabhängigkeit zeigen. — So bedarf die blaue  $\beta$ -Gruppe von CaCu sehr viel größerer Cu-Mengen (etwa 0,0005) als die grüne  $\alpha$ -Gruppe (nur 0,00005; vgl. oben), um zu guter Entwicklung zu kommen, was sich daran zeigt, daß bei steigendem Cu-Gehalt sowohl mit Na als auch besonders mit Li-Zusatz das Grün im Nachleuchten immer mehr zurücktritt zugunsten des Blau (vgl. Tab. I a, Nr. 1 und 2, 7 und 8). Ähnliches wurde auch bei CaPb und SrPb beobachtet, die gleich benannten Bandengruppen in gleicher Weise betreffend.

150. Vergleicht man den Einfluß der Menge desselben Metalles in verschiedenen Erdalkalisulfiden, so findet man, daß in Sr-Sulfid die maximale Wirkung bei sehr viel geringeren

1) Vgl. I p. 98.



Metallmengen eintritt als in Ca-Sulfid<sup>1)</sup>, und Ba-Sulfid scheint darin das Sr-Sulfid noch zu übertreffen.<sup>2)</sup> — So ist mit 0,00005 Cu in Ba-Sulfid schon das Maximum der Intensität erreicht; in Sr-Sulfid noch nicht ganz; in Ca-Sulfid ist man damit zwar auch schon zu hohen Intensitäten gelangt, doch folgt noch ein weites Bereich verlangsamen, weiteren Ansteigens. Mit 0,00002 Bi ist in Ba-Sulfid der erste, schnelle Anstieg der Intensität vollzogen, mit 0,00006 Bi das Maximum erreicht; in Ca-Sulfid sind die entsprechenden Mengen etwa 0,0001 und 0,0002; 0,0005 Bi ist in Sr-Sulfid bereits zu viel, wird aber in Ca-Sulfid (mit Na-Zusatz) noch gut vertragen. Bei Mn zeigt sich der Mengenunterschied für Sr- bez. Ca-Sulfid außerordentlich groß: In Sr-Sulfid liefert 0,0004 Mn bereits graue Massen ohne Leuchten; der Abfall beginnt schon bei 0,00015 Mn, und nur 0,000017 ist zu maximaler Wirkung nötig; in Ca-Sulfid dagegen wird so viel Mn vertragen, daß 0,002 noch immer etwa dieselbe, nämlich maximale Wirkung ergibt, wie 0,0005. Ähnlich auch bei Pb: In Sr-Sulfid ist 0,0003 davon bereits zu viel; in Ca-Sulfid erfolgt bis 0,0006 und darüber hinaus noch immer Ansteigen der Wirkung.

151. Zu bemerken ist, daß die Metallmenge nicht die Dauer, sondern nur die Intensität der Banden beeinflusst, soweit unsere nicht photometrischen Beobachtungen gehen. Unzweifelhaft ist es, daß eine Dauerbande, wie z. B.  $\text{CaCu}_2$ , bei Na- oder Li-Zusatz und gewöhnlicher Temperatur, durch Vergrößerung der Metallmenge niemals Momentanbande wird, ebenso wie umgekehrt eine Momentanbande, wie z. B.  $\text{SrMn}\beta_1$ , bei Na-Zusatz und gewöhnlicher Temperatur, durch vermehrten Metallgehalt nicht zur Dauerbande gemacht werden kann.

#### F. e) Andere Einflüsse.

152. Die Glühtemperatur und Glühdauer bei der Herstellung beeinflussen meist die Gesamtintensität des Phosphors, d. i. alle seine Banden in gleicher Weise. Es ist im allgemeinen

1) Wie für Cu als wirksames Metall bereits früher konstatiert (I p. 96 und 98).

2) Doch ist in Baryumsulfid der Abfall der Intensität meist so allmählich, daß deren Maximum weniger scharf hervortritt als bei Sr- und Ca-Sulfid (vgl. 147).

zur Erzielung bester Resultate, d. i. vollster Entwicklung der Banden, bei so hoher Temperatur und so lange zu glühen, daß sowohl die bindende Wirkung des Zusatzes genügend zur Geltung komme, als auch zu viel Schwefelverlust durch Oxydation vermieden werde.<sup>1)</sup>

153. In einzelnen Fällen werden aber verschiedene Banden desselben Metalles in auffallend verschiedener Weise von Glüh-temperatur und Glühdauer beeinflusst. Ein besonderes Beispiel hierfür bietet Ag in Sr-Sulfid (vgl. Tab. I i). Man erhält hier die rötliche Phosphoreszenz ( $\alpha_1$ -Bande), sowohl mit Na- als auch mit Li-Zusatz, nur bei vorsichtigem, kurzem Glühen; bei längerem und stärkerem Erhitzen gehen die Farben immer mehr in Violett über ( $\beta$ -Bande) (vgl. 165). Das Glühen hat hier mehr Einfluß auf die Phosphoreszenzfarbe als der Zusatz. — Eine Bande, welche zu gutem Erscheinen besonders starkes und andauerndes Glühen braucht, ist SrCu  $\beta$ ; man muß in solchen Fällen den Schwefelverlust wieder ersetzen und erneut weiter glühen (vgl. 165).

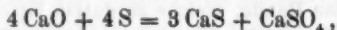
154. Geringe Verschiedenheiten in der Beeinflussung der verschiedenen Banden desselben Phosphors durch die Glüh-temperatur scheinen sehr häufig zu bestehen. Zerschlägt man die nach beendetem Glühen aus dem Tiegel genommene, zusammengebackene Masse, so daß ein Querschnitt derselben entsteht, so findet man oft, daß die im Tiegel unten gewesenen Teile in anderer Nuance phosphoreszieren als die oberen Teile, was Temperaturunterschieden zuzuschreiben sein dürfte. Bei weiterer Zerkleinerung zeigt die Masse in solchen Fällen gemischtes, nicht einheitliches Leuchten, wofür in Tab. I mehrfach Beispiele sich finden. Erneutes Glühen der gemischten Masse führt dann meist zu einheitlicherer Farbe.

155. Wir haben aber auch Fälle beobachtet, in welchen eine gewisse Labilität der Farbennuance zu bestehen scheint. Ein solcher Fall, betreffend die CaMn-Phosphore, ist bereits in Tab. I c erwähnt. Das Entstehen der goldgelben bez. orange-gelben Nuance dieser Phosphore ist, soweit unsere Beobachtungen gehen, weder an bestimmte Zusätze, noch an bestimmte Mengen des Metalles, noch auch an bestimmte Temperaturen

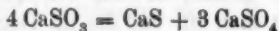
1) Spezielle Daten vgl. in I und Kapitel F, f.

oder Glühdauern gebunden.<sup>1)</sup> Ein zweiter Fall dieser Art findet sich bei den CaCuK-Phosphoren, welche in verschiedenen, gleich bereiteten Proben sehr verschiedene Intensitäten der  $\alpha_2$ -Bande zeigten (Tab. IIa) und dementsprechend bald mehr grünlichblau, bald mehr blauviolett leuchteten (vgl. Tab. Ia). Wir haben uns durch Flammenreaktion davon überzeugt, daß die grünlicher leuchtenden Proben (größere Intensität der  $\alpha_2$ -Bande) durchaus nicht etwa bedeutenderen Na-Gehalt als Verunreinigung aufwiesen, als die rein blau leuchtenden.

156. *Über den Erdalkalisulfatgehalt der Phosphore.* — Bei der von uns hauptsächlich benutzten Bereitungsweise aus Erdalkalikarbonat und Schwefel mußten sämtliche Phosphore neben Sulfid auch Sulfat des Erdalkalis enthalten, und zwar die Ca-Phosphore nach der Umsetzungsleichung



39proz. Sulfat neben 61proz. Sulfid. Wir haben aber auch eine Anzahl von Ca-Phosphoren der Metalle Cu, Mn und Bi aus Calciumsulfid hergestellt. Die Kalknitratlösung war gereinigt wie sonst (vgl. 158); sie wurde gefällt mit Ammoniumsulfid, welches durch Einleiten von Schwefligsäuregas in reine Ammoniakflüssigkeit gewonnen war. Glüht man das gewaschene Sulfid, so entsteht nach der Gleichung



ein Gemisch von 85proz. Sulfat und nur 15proz. Sulfid. Trotz dieses sehr geringen Sulfidgehaltes ergab diese Bereitungsweise bei gleichen Metall- und Zusatzmengen Phosphore, deren Leuchtintensität um nichts geringer war als die der weit sulfidreicheren, nach der ersten Methode erhaltenen Präparate, und auch die Farbennuancen waren dieselben. Man könnte danach fast vermuten, das Calciumsulfid, welches wir an sich auch durchaus nicht mehr phosphoreszenzfähig fanden, als etwa  $\text{CaSO}_4$ , es auch sein mag, sei völlig überflüssig. Daß dem nicht so sei, zeigte ein Parallelversuch mit reinem  $\text{CaSO}_4$ , gefällt aus der gleichen Kalklösung mit Ammonsulfat, in gleicher

1) Daß es sich in diesem besonderen Falle um wechselnde Intensitätsverteilung innerhalb einer Bande handelte, ist bereits in Tab. IIc hervorgehoben.

Weise mit den gleichen Mengen von Bi als wirksamem Metall und  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 + \text{CaF}_2$  als Zusatz versehen und geglüht. Die erhaltene Masse zeigte sich zwar zusammengebacken wie ein guter Phosphor, sie war aber nach Belichtung an der Sonne völlig nichtleuchtend; es fehlte ihr auch die den CaBi-Phosphoren eigene, zarte gelbliche Färbung.

Es ist danach zu sagen, daß das Erdalkalisulfid eines Phosphors ohne Beeinträchtigung und ohne Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weit gehendem Maße ersetzbar ist durch anderes Material<sup>1)</sup>, daß aber die Gegenwart einer gewissen, allerdings nur geringen Menge von Schwefel in Gestalt von Sulfid unerläßlich ist für das Erscheinen der hier studierten Phosphoreszenzen.<sup>2)</sup>

157. Eine besondere Erscheinung, welche bei Bereitung der Phosphore sich bietet, sei hier erwähnt, ohne daß wir jetzt näher auf dieselbe eingehen möchten. Wirft man die noch glühend heiße Probe eines frisch hergestellten Phosphors aus dem Tiegel rasch in eine Schale und zerdrückt sie daselbst mit dem Pistill, so sieht man oft ein Aufleuchten der ganzen Masse von überraschender Helligkeit und charakteristischer Farbe. Die Farbe unterscheidet dieses besondere Leuchten wesentlich von gewöhnlichem Erglühen, welches letztere als Folge der Temperatursteigerung durch die an der Luft plötzlich eintretende, teilweise Oxydation des heißen Sulfids nicht überraschend wäre. Tatsächlich erglüht die Masse auch in mehr oder weniger hellem Rot, während aber zugleich auch das farbige Leuchten sich entwickelt, um bald viel heller zu werden als das Rot des Glühens, bis schließlich mit eintreten dem Erkalten alles verlöscht. Nicht alle Phosphore zeigen die Erscheinung in gleich auffallender Weise. Besonders intensiv war das Aufleuchten bei den Sr-Phosphoren, und zwar ist bei SrBi die Farbe grünlich, bei SrCu grün bis blaugrün,

1) Man sehe auch das gleiche Resultat bei großem Überschuß von  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (138) und bei Erhöhung des Zusatzgehaltes auf 50 Proz. (145). Ebenso sahen wir Überschuß von  $\text{CaCO}_3$  oder CaO niemals die Phosphoreszenzfarbe beeinflussen.

2) Letzteres entspricht auch der Tatsache, daß chemische Einflüsse, welche den Sulfidgehalt eines Phosphors zerstören, zugleich auch seine Phosphoreszenzfähigkeit vernichten.

bei SrPb bläulichgrün, immer mehr gelblichgrün werdend, falls der betreffende Phosphor von gelber Phosphoreszenzfarbe ist (Na-Zusatz), und rein blau ohne weitere Änderung, falls er von blauer Phosphoreszenzfarbe ist (K-Zusatz).

F. f) Spezielles über die Bereitung der in den Kapiteln A bis D hauptsächlich benutzten Phosphore.

#### 1. Kalkphosphore.

158. *Bereitung des Ätzkalkes.* — Keine der versuchten Reinigungsmethoden hatte, wie wir sahen (Kapitel F, a), völlig zum Ziele geführt; wir bevorzugten zuletzt die folgende (127, 3), welche sich bei guter Wirkung durch Einfachheit empfahl. Ausgangsmaterial war Carraramarmor. Derselbe wurde gelöst in verdünnter, chemisch reiner Salpetersäure, zuletzt unter Erwärmen bis zum Sieden, bis keine Kohlensäure mehr entwich. Die Lösung wurde kochend mit Kalkmilch versetzt<sup>1)</sup>, dann dem Klären überlassen und filtriert. In das fast bis zum Sieden erhitzte Filtrat wurde Kohlensäure eingeleitet, so daß etwas kohlensaurer Kalk mit noch vorhandenen Resten von Metallen<sup>2)</sup> ausfällt. Sobald die Lösung nach Kochen<sup>3)</sup> neutral reagiert, wird sie filtriert. Das Ausfällen geschah mit konzentrierter Lösung reinen Ammonkarbonates, welche mit  $\frac{1}{3}$  Volumen Ammoniakflüssigkeit versetzt war, und zwar in der Kälte, da man bei heißer Fällung viel weniger fein verteiltes Karbonat erhält. Der Niederschlag wird gut gewaschen und getrocknet. In dem so erhaltenen Karbonat war auf chemischem Wege nichts Fremdes nachweisbar außer Spuren von Magnesium, welche aber durchaus nicht schädlich sind. Zum Brennen des Kalkes in einem mit Platinfolie ausgekleideten Porzellantiegel fanden wir einen einfachen Gasofen<sup>4)</sup> vorteilhaft.

159. *Präparation des Sulfids.* — Nach der Gleichung  $4\text{CaO} + 4\text{S} = 3\text{CaS} + \text{CaSO}_4$  wären auf 2 g Ätzkalk 1,143 g Schwefel erforderlich. Da aber stets ein Teil des Schwefels verdampft und verbrennt, ist zur vollkommenen Umsetzung mehr Schwefel zu nehmen. Durch Wägungen der erhaltenen

1) Abscheidung der meisten Metalle, einschließlich Al und Mg.

2) Hauptsächlich Fe.

3) Zur Zersetzung von Bikarbonat.

4) Vgl. A. Bruno, Compt. rend. 132. p. 276. 1901.

Massen und Vergleichung des Gewichtes mit dem nach jener Gleichung berechneten fanden wir, daß bei ca. 1,35 g Schwefel auf 2 g Ätzkalk das Maximum an Sulfidgehalt eintritt. Der benutzte Schwefel war aus Schwefelkohlenstoff kristallisiert. Die erforderliche Erhitzung zu schwacher Rotglut wurde stets in bedecktem Porzellantiegel über freier Bunsenflamme vorgenommen.

Die resultierende, pulverige Masse dürfen wir für das Folgende kurz Sulfid nennen, da ihr Sulfatgehalt unwesentlich ist (156).

160. *Verhalten des Sulfides ohne hinzugefügte Metalle.* — Für sich zeigte das Sulfid nur äußerst schwaches Leuchten<sup>1)</sup> ohne angebbare Farbe, Int. 0—1 in der früher benutzten Skala (9). Wiederholt und stärker geglüht bleibt die Masse pulverig; das Leuchten verliert sich ganz.

Mit Zusätzen, jedesmal 0,1 g mit 2 g Sulfid gut verrieben und 15 Min. im Hempelofen geglüht, ergab sich das Folgende:  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , ebenso  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$ ,  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ : Grün, Int. 2;  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{Li}_3\text{PO}_4$ : Bläulichgrün, Int. 1—2;  $\text{K}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ,  $\text{K}_2\text{B}_6\text{O}_{10}$ ,  $\text{KCl}$ : Int. 0—1;  $\text{NaCl}$ : Int. 0;  $\text{CaF}_2$ : Int. 1; 0,15 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  + 0,1 g  $\text{CaF}_2$  mit 2 g Sulfid: Grün, Int. 3—4.

Nach allen diesen Proben enthält das benutzte Sulfid Kupfer.<sup>2)</sup> Daß dennoch die Phosphoreszenzen des Kupfers in den aus diesem Sulfid hergestellten Phosphoren anderer Metalle in keiner Weise deutlich merkbar wurden (Kapitel B, C, D), zeigt an, daß ein in geringerer Menge vorhandenes Metall in seiner Wirkung sehr beeinträchtigt werden kann durch ein anderes, in größerer Menge gleichzeitig vorhandenes Metall.<sup>3)</sup>

161. *Phosphore.* — Alle Metalllösungen waren nach den besten uns bekannten Methoden sorgfältig rein hergestellt; es

1) Hier stets nach Belichtung an der Sonne gemeint, wie in Kap. A.

2) Nach den Intensitäten geurteilt etwa 0,000 003 g pro Gramm Sulfid.

3) Analoges findet man bei der Lichtemission der Metalle in Funken, sowie in Flammen. So zeigt Hr. Auer von Welsbach (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 88. Abt. II. p. 1247 u. f. 1883), daß 0,1 Proz. Ytterbiumoxyd in Yttriumoxyd im Funkenspektrum nicht mehr erkennbar ist, obgleich nach den von ihm gegebenen Zeichnungen die Hauptlinien des Ytterbiums durchaus nicht verdeckt werden von Linien des Yttriums. Man vgl. außerdem die allgemeineren, auch auf Flammen betüchtlichen Untersuchungen von Hrn. W. Schuler, Ann. d. Phys. 5. p. 938 u. ff. 1901.

waren wässrige Lösungen der Nitrate, nur bei Antimon des Tartrates. Sie befanden sich in Tropfgläsern mit zylindrischem, kapillarem Ausflußrohr; das Gewicht der abfallenden Tropfens war ermittelt und dadurch aus dem Gehalt der Lösung die in einem Tropfen befindliche Metallmenge berechenbar. Alle folgenden Angaben über Metallmengen werden sich auf freies Metall beziehen.

Über die Reindarstellung der Zusätze vgl. 131; sie waren alle wohl getrocknet bez. von Kristallwasser soweit befreit, als es durch Erhitzen auf ca.  $180^{\circ}$  oder unter der Luftpumpe über Schwefelsäure geschehen konnte.<sup>1)</sup>

162. Die gewogene Menge des Sulfides wird zunächst mit dem Zusatz verrieben, alsdann auf dem Boden der Reibschale ausgebreitet und in die Mitte mit dem Pistill eine kleine Grube gedrückt. Die Grube wird mit 10—15 Tropfen absoluten Alkohols gefüllt und die nötige Anzahl von Tropfen der Metalllösung diesem hinzugefügt. Verreibt man, so bildet sich sogleich das entsprechende Metallsulfid fein verteilt in der Masse. Man bringt dieselbe in einen Berliner Porzellantiegel, setzt in den Hempelofen ein und glüht. Wo nichts anderes angegeben, wird 12—20 Min. helle Rotglut gemeint sein; einiges Probieren in dieser Hinsicht, je nach den Verhältnissen des Ofens und des Gasdruckes, dürfte ratsam sein, wenn es sich um Wiederherstellung von Phosphoren mit den von uns angegebenen Eigenschaften handelt (vgl. 152 bis 155). Über Tiegel vgl. 129 und 134.

CaCuNa (Tab. Ia, Nr. 6): 3 g Sulfid, 0,2 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,07 g NaFl, 0,002 g Cu.

CaCuLi (Tab. Ia, Nr. 11): 3 g Sulfid, 0,2 g  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ , 0,07 g CaFl<sub>2</sub>, 0,002 g Cu.

CaCuK (Tab. Ia, Nr. 12 u. 13): 2 g Sulfid, 0,15 g  $\text{K}_2\text{SO}_4$ , 0,0013 g Cu.

CaPbNa (Tab. Ib, Nr. 4): 3 g Sulfid, 0,15 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,08 g NaFl, 0,00084 g Pb.

1) In bezug auf das Kaliumborat der Formel  $\text{K}_2\text{B}_4\text{O}_{10}$  verweisen wir auf Graham-Ottos Lehrbuch der Chemie 2. p. 197. 1883. Es würde danach kristallisiert 5 Mol. Wasser enthalten haben, durch Hitze getrocknet, wie es benutzt wurde, wahrscheinlich weniger.



CaPbK (Tab. Ib, Nr. 8): 2 g Sulfid, 0,12 g  $K_2SO_4$ , 0,1 g  $CaFl_2$ , 0,0017 g Pb.

CaMnNa (Tab. Ic): 2 g Sulfid, 0,1 g  $Na_2SO_4$ , 0,05 g  $CaFl_2$ , 0,00093 g Mn; 15 Min. Glühzeit.

CaNiFl (Tab. Id, Nr. 6): 4 g Sulfid, 0,3 g  $CaFl_2$ , 0,00006 g Ni; 10 Min. geglüht, zerrieben, mit etwas S versetzt und noch 30 Min. in höchster Temperatur des Hempelofens geglüht.

CaBiNa (Tab. Ie, Nr. 7): 2 g Sulfid, 0,1 g  $Na_2SO_4$ , 0,05 g  $Na_3B_4O_7$ , 0,05 g  $CaFl_2$ , 0,00048 g Bi; 20 Min. ziemlich starke Hitze.

CaSbNa (Tab. If, Nr. 4): 3 g Sulfid, 0,15 g  $Na_2SO_4$ , 0,06 g NaFl, 0,0013 g Sb.

## 2. Strontiumphosphore.

163. *Bereitung des Karbonates und Sulfids.* — Eine siedende, fast gesättigte Lösung käuflichen Strontiumnitrates wurde mit Schwefelwasserstoffwasser versetzt, bis sie deutlich danach roch. Wenn der gebildete Niederschlag sich zusammengeballt hat wird filtriert und dem noch heißen Filtrat etwas Strontiumhydroxydlösung zugesetzt. Man läßt absetzen und filtriert. Das Filtrat wird wieder bis auf ca.  $80^\circ$  erwärmt und reines Kohlensäuregas so lange eingeleitet, bis die Lösung neutral reagiert. Man erhitzt bis zum Sieden und filtriert. Die Fällung des Karbonates geschah wie bei Calcium angegeben.

Zur Bereitung des Sulfids wurde auf 5 g Strontiumkarbonat 2 g pulverisierter, kristallisierter Schwefel genommen, innig gemischt und mäßig erhitzt, bis aller überschüssiger Schwefel verdampft war. Das so gewonnene, wieder sulfathaltige Sulfid stellt ein zartes, fast rein weißes Pulver dar.<sup>1)</sup> Stülpt man nach Erkaltung die Masse vorsichtig aus dem Tiegel in eine Schale, so zeigt der stumpfe Kegel, den sie bildet, einen hellbräunlichen Beschlag an seiner Oberfläche, wo er mit der Tiegelwandung in Berührung war. Dieser Beschlag wird auch

1) Die sehr feine Verteilung des Sulfids läßt die Sr-Phosphore durch die Wirkung der Zusätze besonders stark zusammenbacken zu meist sehr harten Massen. Wünscht man dieselben pulverig zu erhalten, ohne die Phosphoreszenzfähigkeit zu zerstören (vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 439. 1903), so muß man sie noch heiß zerdrücken, wobei die unter 157 erwähnte Erscheinung hervortritt.

an Calciumsulfid beobachtet; er verschwindet, wenn man wiederholt erhitzt, erweist sich nicht als metallhaltig und ist an sich ohne Einfluß auf die Phosphoreszenzen. Er dürfte auf kohlenstoffhaltige Verunreinigungen des benutzten Schwefels zurückzuführen sein.<sup>1)</sup>

164. *Verhalten des Sulfids ohne hinzugefügte Metalle.* — Der aus dem Tiegel genommene Konus leuchtete, an seinem Querschnitte beobachtet, im Innern schwach gelborange, an den Randpartien schwach bläulichgrün, Int. 1—2.

Mit Zusatz von  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  erschien Gelbgrün, Int. 3; mit  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  Gelbgrün mit bläulichem Schimmer, Int. 1—2; mit  $\text{K}_2\text{SO}_4$  ungleichförmig verteiltes Türkisblau, Int. 3; mit  $\text{CaF}_2$  fahles Grünlichblau, Int. 2.

Diese Phosphoreszenzen stimmen überein mit denen des Kupfers; es ist daher nicht zu verwundern, daß alle aus diesem Sulfid bereiteten Phosphore die Hauptbande des Kupfers unter den günstigsten Umständen ihres Erscheinens, nämlich bei  $-180^\circ$  während Belichtung deutlich hervortreten ließen (50). Wieder ist es im Gegenteil bemerkenswert, daß die Kupferphosphoreszenz bei Gegenwart genügender Mengen der anderen Metalle in nur so geringem Maße zum Vorschein kam (vgl. 160).

165. *Phosphore.* —  $\text{SrCuNa}$  (Tab. Ig, Nr. 4): 4 g Sulfid, 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,1 g  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , 0,00018 g Cu.

$\text{SrCuLi}$  (Tab. Ig, Nr. 9): 3 g Sulfid, 0,03 g  $\text{Li}_3\text{PO}_4$ , 0,03 g  $\text{CaF}_2$ , 0,00012 g Cu; 5 Min. schwach geglüht<sup>2)</sup>, zerrieben, 10 Min. mäßig geglüht, der Kuchen zerschlagen, mit wenig S versetzt und noch 6 Min. geglüht.

$\text{SrCuK}$  (Tab. Ig, Nr. 15): 3 g Sulfid, 0,06 g  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , 0,06 g  $\text{K}_2\text{B}_6\text{O}_{10}$ , 0,00018 g Cu; 15 Min. ziemlich stark geglüht, der Kuchen zerschlagen, mit wenig S versetzt und noch 8—10 Min. geglüht.

1) Verdampft man eine Probe des kristallisierten Schwefels vorsichtig, so bleibt ebenfalls ein schwarzbrauner Rückstand, welcher bei stärkerem Erhitzen spurlos verschwindet. Solches wurde bereits von Hrn. H. Biltz beobachtet und kohlenstoffhaltiger Verunreinigung des Schwefels zugeschrieben (Zeitschr. f. phys. Chem. 2. p. 923. 1888).

2) Zu schwachem Glühen wurde der Hempelofen ohne Schornstein benutzt.

Tab. Ig, Nr. 11 war: 3 g Sulfid, 0,12 g  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , 0,00024 g Cu; 5 Min. geglüht, zerrieben und noch 15 Min. geglüht.

SrPbNa (Tab. Ih, Nr. 5): 2 g Sulfid, 0,05 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,02 g NaFl, 0,00021 g Pb; 10 Min. gut erhitzt, der Kuchen zerschlagen, mit etwas S versetzt und noch 6 Min. geglüht.

SrPbLi (Tab. Ih, Nr. 10): 2 g Sulfid, 0,03 g  $\text{Li}_3\text{PO}_4$ , 0,02 g  $\text{CaFl}_2$ , 0,00014 g Pb.

SrPbK (Tab. Ih, Nr. 12): 2 g Sulfid, 0,06 g  $\text{K}_2\text{SO}_4$ , 0,00014 g Pb.

SrAgNa (Tab. Ii, Nr. 1): 2 g Sulfid, 0,06 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00016 g Ag; schwach geglüht.

SrAgLi (Tab. Ii, Nr. 11): 5 g Sulfid, 0,05 g  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ , 0,05 g  $\text{Li}_2\text{CO}_3$ , 0,00031 g Ag; 10 Min. geglüht, zerrieben und noch 20 Min. stark geglüht. Es ist notwendig, die Masse im Tiegel allmählich erkalten zu lassen und erst nach Erstarrung zu zerschlagen.

Tab. Ii, Nr. 6 war: 2 g Sulfid, 0,08 g  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ , 0,00018 g Ag; 3 Min. geglüht.

SrZnFl (Tab. Ik): 3 g Sulfid, 0,1 g  $\text{CaFl}_2$ , 0,0005 g Zn; 3–4 Min. schwach erhitzt, zerrieben, mit etwas S versetzt und noch 12 Min. ziemlich stark geglüht.

SrMnNa (Tab. Il, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00005 g Mn; 15 Min. geglüht.

SrBiNa (Tab. Im, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00024 g Bi; 12 Min. geglüht.

Tab. Im, Nr. 3 war ebenso bereitet, mit gleichviel  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$  als Zusatz. — Tab. Im, Nr. 5 war: 4 g Sulfid, 0,2 g  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , 0,05 g  $\text{CaFl}_2$ , 0,00048 g Bi; 3 Min. schwach geglüht, zerrieben und noch 12 Min. mäßig geglüht.

### 3. Baryumphosphore.

166. *Bereitung des Karbonates und Sulfides.* — Das Karbonat wurde aus käuflichem Baryumnitrat ganz auf demselben Wege hergestellt, wie bei Strontium angegeben.

Das Sulfid wurde wieder durch Erhitzen des Karbonates mit Schwefel gewonnen; jedoch ist hier besondere Vorsicht nötig wegen der leichten Bildung von Polysulfiden des Baryums bei Überschuß von Schwefel. Die in solchen Fällen entstehende Masse ist mehr oder weniger gefärbt und liefert keine guten

Phosphore. Es scheinen sich zwar durch fortgesetztes starkes Glühen die Polysulfide wieder zu zerlegen, wobei die Masse weißer wird, doch dauert dies sehr lange und gelingt oft nicht vollständig. Wir haben daher durch besondere Proben die für besten Erfolg nötige Schwefelmenge festgestellt. Nach der Gleichung  $4\text{BaCO}_3 + 4\text{S} = 3\text{BaS} + \text{BaSO}_4 + 4\text{CO}_2$  wären es 1,625 g Schwefel auf 10 g Baryumkarbonat; wir fanden bei den unvermeidlichen Verdampfungsverlusten 2,25 g Schwefel erforderlich, um möglichst sulfidhaltige und doch noch ziemlich weiße Massen zu erhalten. Es ist aber immerhin etwas längeres Glühen nötig als bei Strontiumsulfid, bis aller überschüssiger Schwefel verschwunden ist.

167. *Verhalten des Sulfides ohne hinzugefügte Metalle.* — Das wie angegeben präparierte Baryumsulfid leuchtete gar nicht; 15 Min. im Hempelofen geglüht leuchtete es sehr schwach und flüchtig, Int. 0—1.

Zusätze ergaben:  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  orangegelblich, ungleich verteilt, Int. 1—2; mit  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  leuchteten mehrere Stücke der Probe gar nicht, einige grün, wenige hellgelb; mit  $\text{K}_2\text{SO}_4$  der größte Teil sehr schwach, Int. 1, nur einige Stückchen heller, orangegelb.

Alle diese Proben sprechen für geringen Kupfergehalt unseres reinen Sulfides.

168. *Phosphore.* — Da die Baryumphosphore leicht stark an die Tiegelwände anschnmelzen, ist zur Vermeidung von Verunreinigung Auskleiden der Tiegel mit Platinfolie unerlässlich.

$\text{BaCuNaFl}$  (Tab. In, Nr. 14): 3 g Sulfid, 0,03 g  $\text{NaFl}$ , 0,00024 g Cu; 12 Min. geglüht.

Tab. In, Nr. 1 war: 3 g Sulfid, 0,12 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00018 g Cu; 12 Min. geglüht.

$\text{BaCuLi}_3\text{PO}_4$  (Tab. In, Nr. 8): 3 g Sulfid, 0,05 g  $\text{Li}_3\text{PO}_4$ , 0,00024 g Cu; 15 Min. mäßig geglüht.

Tab. In, Nr. 4 war: 3 g Sulfid, 0,1 g  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , 0,00018 g Cu. — Nr. 13 ebenso; Zusatz 0,07 g  $\text{CaFl}_2$ . — Nr. 9 ebenso; Zusatz 0,12 g  $\text{K}_2\text{SO}_4$ ; 3 Min. schwach geglüht, zerrieben und noch 12 Min. mäßig geglüht.

$\text{BaPbNa}_2\text{SO}_4$  (Tab. Io, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00028 g Pb; 12 Min. geglüht.

Tab. Io, Nr. 12 war: 3 g Sulfid, 0,1 g KCl, 0,00028 g Pb. BaBiK<sub>2</sub>B<sub>6</sub>O<sub>10</sub> (Tab. Ip, Nr. 9): 3 g Sulfid, 0,1 g K<sub>2</sub>B<sub>6</sub>O<sub>10</sub>, 0,00024 g Bi; 12 Min. mäßig geglüht.

#### F. g) Andere Metalle.

169. Zur Frage, ob außer den in allem Vorangegangenen untersuchten Phosphoreszenzen des Cu, Pb, Mn, Ni, Bi, Sb in Calciumsulfid, des Cu, Pb, Ag, Zn, Mn, Bi in Strontiumsulfid und des Cu, Pb, Bi in Baryumsulfid auch noch andere von nennenswerter Intensität und Dauer bestehen, haben wir eine nicht geringe Zahl von Präparationsversuchen angestellt. Die Resultate derselben seien kurz zusammengefaßt, wie folgt.

Unzweideutige Zeichen von Phosphoreszenzfähigkeit gaben: Zn in Calciumsulfid mit rein grünem Leuchten bei allen versuchten Zusätzen, und zwar auch bei Li-Zusatz zum Unterschied von Cu; ferner Ag in Calciumsulfid, orangerot mit Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>; endlich Antimon in Strontiumsulfid mit großer Farbmännigfaltigkeit, nämlich goldgelb mit Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, orangegelb mit Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, gelblich lachsrot mit K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, orangegelb und grün gemischt mit NaCl, orangegelb und bläulich gemischt mit KCl. — Sn in Calciumsulfid gab Spuren gelblichen Leuchtens mit K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

Viele Metalle gaben keine sicheren Zeichen von Wirkbarkeit; es erschienen nur dieselben schwachen Phosphoreszenzen, welche mit den gleichen Zusätzen auch ohne hinzugefügte Metalle beobachtet wurden (160, 164, 167). So bei Cd, Tl, Fe, Co, Cr, Th, Ur, Wo, Mo, Va in Schwefelcalcium; bei Cd, Tl, Fe, Co, Cr, Th, Ur, Wo, Mo, Sn und auch bei Ni in Strontiumsulfid; bei Cd, Ur und auch bei Ag, Zn, Mn, Sb in Baryumsulfid.

170. Hervorzuheben ist indessen, daß wir, wie bei allen, so auch bei diesen letzteren Präparationsversuchen nur von der Beobachtung nach Belichtung an der Sonne und Zurückziehen ins Dunkle uns leiten ließen (7). Entgangen müssen uns daher Phosphoreszenzen sein, deren Erregungsgebiete erst weit im Ultraviolett beginnen, ebenso solche, deren Hauptbanden im Ultraviolett oder Ultrarot<sup>1)</sup> liegen, welches letztere

1) Daß solche Phosphoreszenzen zu erwarten sind, ist selbstverständlich, denn die im sichtbaren Gebiet beobachteten Banden zeigten

beispielsweise bei SrNi nicht unwahrscheinlich ist<sup>1)</sup>, endlich auch solche, welche bei gewöhnlicher Temperatur ein Minimum des Nachleuchtens besitzen, wie es den CaNi-Phosphoren bei  $-50^{\circ}$  eigen ist.

F. h) Über Metallnachweis durch Phosphoreszenzbeobachtung.

171. Handelt es sich um Auffindung geringster Spuren gewisser Metalle (169), besonders wenn dieselben in großen Mengen von Erdalkali- oder Alkaliverbindungen verteilt sind, so bietet die Überführung in Erdalkalisulfid, bez. die Hinzufügung als Zusatz zu rein dargestelltem Sulfid (158 u. f.) und die Beobachtung der resultierenden Phosphoreszenzen einen Weg dar, auf welchem man erwarten darf auch dann zum Ziele zu kommen, wenn alle chemischen Methoden und die Funkenspektralanalyse<sup>2)</sup> versagen.

Als Beispiele hierfür können angeführt werden der unter Tab. II b erwähnte Nachweis von chemisch nicht auffindbarem Bleigehalt in Kalkmineralien, ebenso der Nachweis von Kupfer und Mangan in den nach besten Methoden rein dargestellten Erdalkaliverbindungen (Kapitel F, a).

Da metallfreiem Erdalkalisulfid Phosphoreszenzen von Dauer nicht eigen sind (132, 136), wird man aus dem Erscheinen von solchen stets auf das Vorhandensein von Metallen schließen können. Da ferner die Dauer der Phosphoreszenz unabhängig ist von der vorhandenen Metallmenge (151), wird zur Beobachtung nicht die Entladungsröhre (vgl. 14), sondern einfache Erregung am Tageslicht und Zurückziehen ins Dunkle (6), oder aber Anwendung des Ultraviolettfilters (15) von Vorteil sein.

sich an keinen bestimmten Teil desselben gebunden. Ein Beispiel ultravioletter Phosphoreszenz ist an Flußpat von den Herren Winkelmann und Straubel bereits beobachtet worden; Wied. Ann. 59. p. 336. 1896.

1) Vgl. die Analogien, Kapitel E.

2) Vgl. die Nichtnachweisbarkeit von 0,1 Proz.  $\text{Yb}_2\text{O}_3$  in  $\text{Y}_2\text{O}_3$  durch Funkenspektralanalyse (Auer v. Welsbach, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 88. (II.) p. 1247 u. f. 1883) und die Nachweisbarkeit von weit weniger als 0,005 Proz. Cu in CaS, 0,002 Proz. Bi oder 0,001 Proz. Ag in SrS (148).

172. Zur Erkennung bestimmter Metalle aus den Phosphoreszenzen bieten sich mehrere Wege dar; entweder Variation des Zusatzes und Schluß nach den Tab. I<sup>1)</sup>, oder Beobachtung bei verschiedenen Temperaturen und Schluß nach Tab. III, oder endlich Benutzung des Spektroskopes, am besten in Verbindung mit dem Ultraviolettfilter, und Schluß nach den in den Tab. II gegebenen charakteristischen Eigenschaften der Hauptbanden der einzelnen Metalle.

Bemerkenswert ist die sehr allgemeine Verbreitung des Kupfers im Mineralreiche, welche in dieser Weise sich ergab und welche an die seit Begründung der Spektralanalyse bekannte allgemeine Verbreitung des Natriums auf der Erdoberfläche erinnert. Als ebenfalls sehr weit, aber nicht so allgemein wie Kupfer in Kalkmineralien und Gesteinen verbreitet zeigten sich Mangan und Blei. Wismut dagegen zeigte sich in Mengen über etwa 0,002 Proz. in Produkten des Mineralreiches nur ausnahmsweise vorhanden, häufig dagegen in Konchylien.

## Kapitel G.

### Schluß.

#### G. a) Allgemeine Bandeneigenschaften.

173. Die Mannigfaltigkeit charakteristischer Erscheinungen, welche an den von uns hergestellten, in den Tab. I zum Teil aufgezählten, reinen Phosphoren zu beobachten waren, muß als außerordentlich groß und zugleich als sehr verwickelt bezeichnet werden; sie widerstrebt jedem Überblick, solange man einen Phosphor als einheitliches Ganzes betrachten will.

Erst die spektrale Zerlegung der Emission und die gesonderte Betrachtung der einzelnen Teile derselben, welche, auch bei reinen Phosphoren, voneinander völlig verschiedene Eigenschaften haben können, führt zu einem Verständnis der Erscheinungen.

In dieser Weise haben wir die an allen Phosphoren bei beliebiger Erregungsart und beliebiger, zunächst konstant gehaltener Temperatur beobachteten Erscheinungen zurückführen

1) Die in I p. 100 und 101 angeführten Versuche an Mineralien geben ein Beispiel dafür, wie auf diesem Wege mehrere gleichzeitig vorhandene Metalle der Reihe nach zum Vorschein gebracht werden können.



können auf bestimmte, feste Eigenschaften einer Anzahl von Emissionsbanden, deren jede einem Metall und einem Sulfid zugehört (77, 84, 96).

Auch die Erscheinungen bei veränderlicher Temperatur — darunter die des Aufleuchtens beim Erwärmen — waren zurückführbar auf dieselben, für Leuchten bei konstanter Temperatur geltenden Eigenschaften derselben Banden (64).

174. Die Eigenschaften dieser Banden sind einfacher Art; sie betreffen das An- und Abklingen (36, 40—43), den Einfluß der Zusätze (10—11, 34, 35, 116, 143—145), der Metallmenge (146—151), der Temperatur (51—57) und der verschiedenen Erregungsarten (103—108) auf die Intensität und die Dauer ihres Leuchtens.

Die Einfachheit besteht im besonderen auch darin, daß die verschiedenen, genannten Faktoren unabhängig voneinander auf jede Bande wirken. Zudem fanden wir Analogien in den Eigenschaften verschiedener Banden bestehen (Kapitel E).

175. In Zusammenfassung sind es folgende allgemeine Bandeneigenschaften, aus welchen man das gesamte, hier vorzugsweise studierte Erscheinungsgebiet aufgebaut findet:

Jede Bande hat ihre bestimmte Lage im Spektrum (vgl. 32, 34, 51 und Tab. IIc); zugleich entsprechen ihr bestimmte, andere Wellenlängen, welche erregend auf sie wirken (103). Für jede Bande gibt es bestimmte Zusätze, welche sie verstärken. Endlich ist jede Bande fähig, drei verschiedene Zustände anzunehmen, deren jeder an ein bestimmtes, für die betreffende Bande festliegendes Temperaturbereich gebunden ist.

Die drei Zustände können charakterisiert werden wie folgt (vgl. 68, 69, 89—95, 109—116):

176. Im ersten Zustand, welchen wir den unteren Momentanzustand oder Kältezustand nannten, laufen bei erregender Belichtung zwei die Bande betreffende Prozesse gleichzeitig im betreffenden Phosphor ab, nämlich erstens schnell an- und abklingendes Leuchten der Bande, und zweitens eine mit der Dauer und der Intensität der Belichtung asymptotisch anwachsende Aufspeicherung von Erregung. Diese Aufspeicherung ist in diesem ersten Zustande von außerordentlicher Vollkommenheit, d. h. sie bleibt für außerordentlich lange Zeiten im Phosphor erhalten, ohne zum Leuchten der Bande ver-

braucht zu werden. Beide Prozesse, der momentane Leuchtprozeß und die Aufspeicherung, werden zwar durch dieselben erregenden Lichtwellen von bestimmten Längen betätigt, verlaufen aber unabhängig voneinander; einer derselben kann auch zurücktreten bis zum Fehlen. Fehlt der erste Prozeß, so bleibt die Bande in diesem Kältezustande völlig unsichtbar; erst nachträgliche Überführung in den zweiten Zustand, durch Erhöhung der Temperatur, macht die erfolgte Aufspeicherung sichtbar dadurch, daß sie dann dem Verbrauch zum Leuchten der Bande verfällt. Fehlt der zweite Prozeß, so leuchtet die Bande zwar, aber es wird nichts aufgespeichert.

177. Im zweiten Zustande, welchen wir den Dauerzustand nannten, wird gleichzeitig sowohl Erregung aufgespeichert, als auch solche zum Leuchten der Bande verbraucht. In diesem Zustande ist also die Aufspeicherung von minderer Vollkommenheit als im ersten Zustande; sie verfällt mindestens zum Teil unvermeidlich dem genannten Verbrauch, welcher sofort mit dem Eintritt der Erregung beginnt. Die Aufspeicherung wächst übrigens asymptotisch mit der Dauer und der Intensität der erregenden Belichtung, wie im ersten Zustand. Was in diesem zweiten Zustand bei erregender Belichtung sichtbar wird, ist allmähliches Anklingen der Bande, entsprechend der asymptotisch steigenden Aufspeicherung, welche auch steigenden Verbrauch zur Folge hat; nach Schluß der Belichtung allmähliches Abklingen der Bande, entsprechend dem allmählichen Verbrauch noch aufgespeichert gebliebener Erregung.

178. Im dritten Zustande, welchen wir oberen Momentanzustand oder Hitzezustand der Bande genannt haben, findet Aufspeicherung nicht mehr statt; schnell an- und abklingendes Leuchten ist alles, was erregende Belichtung noch hervorbringt. Das Bereich dieses Zustandes endet bei der oberen Grenztemperatur der betreffenden Bande, wo deren Erregbarkeit durch Licht aufhört. Diese Temperatur lag bei manchen Banden nahe der Rotglut, bei vielen aber weit darunter (54).

179. Die drei Zustände bestehen zwar jeder in besonderem, meist wohlmerknbarem, für die betreffende Bande charakteristischen Temperaturbereich, sie gehen aber an den Grenzen

sowohl, wie auch innerhalb dieser Bereiche allmählich mit ihren geschilderten Eigenschaften ineinander über (67).

180. Da wir sowohl im oberen als im unteren Momentanzustand den Prozeß des momentanen Leuchtens während der Erregung vorfinden, ist es sehr unwahrscheinlich, daß er im dazwischen liegenden Dauerzustand ganz und allgemein fehle. Merklich müßte er werden neben dem Hauptprozeß dieses Zustandes (177) durch besonders beschleunigte Intensitätsänderung am Anfang des An- und Abklingens von Dauerbanden, wovon allerdings unsere nicht photometrischen Beobachtungen im allgemeinen nichts zeigten (36)<sup>1)</sup>, soweit es sich um Erregung mit Licht handelt. Bei Erregung mit langsamen Kathodenstrahlen geringer Intensität fanden wir jedoch Dauerbanden durchaus momentan an- und abklingend<sup>2)</sup>, so daß in diesem Falle der Prozeß des momentanen Leuchtens nicht nur vorhanden erscheint im Dauerzustand, sondern sogar für sich allein ablaufend, während der Hauptprozeß durch die genannte Erregung nicht merklich betätigt wird.

Das letztere zeigt an, daß der Hauptprozeß des Dauerzustandes, Aufspeicherung von Erregung bei gleichzeitigem Verbrauch derselben, nicht nur im Falle des Lichtes (107), sondern auch in dem der Kathodenstrahlen besonders großer erregender Intensitäten (Strahldichten) bedürfe, um merklich betätigt zu werden.<sup>3)</sup>

181. Als besondere Eigenschaft aller Banden ist ihre gegenseitige Unabhängigkeit hervorzuheben. Von den verschiedenen Banden eines und desselben reinen Phosphors hat jede ihre besonders gelegenen Temperaturbereiche, jede wird durch besondere Lichtwellenlängen vorzugsweise erregt und speichert dabei ihre Erregung für sich allein auf, so daß keine andere Bande sie verbrauchen kann.

1) Vgl. jedoch  $\text{SrCu}$   $\alpha$  (83).

2) So bei  $\text{CaBiNa}$  (blau),  $\text{CaMnNa}$  (gelb),  $\text{CaCuNa}$  (grün); Ann. d. Phys. 12. p. 464 ff. 1903.

3) Bei genügend großer Kathodenstrahldichte scheint jener Hauptprozeß auch unter Schwellengeschwindigkeit betätigt zu werden; vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 464 ff. 1903, woselbst auch die Notwendigkeit der Unterscheidung zweier voneinander verschiedener Vorgänge bei Erregung der dort benutzten Phosphore (mit Dauerbanden) bereits hervorgehoben ist.

182. Eine gewisse gegenseitige Beeinflussung verschiedener Banden desselben Phosphors wurde allerdings merkbar in zweierlei Weisen (56, 160), ohne aber bei den im Vorliegenden vorzugsweise studierten Erscheinungen eine besondere Rolle zu spielen.

g. b) Vorstellungen über die Emissionszentren der Banden.

183. Betrachtet man nach Kenntnis des Vorhergegangenen einen Phosphor, so muß derselbe als ein Gemisch mehrerer, verschiedener Sorten von Emissionszentren erscheinen; für jede Bande eine Sorte, und jedes Zentrum selbständig und in der Hauptsache unabhängig von den anderen funktionierend (181).

184. Jedes dieser Zentren muß die besonderen Eigenschwingungsdauern der Absorption (Erregungsverteilung) und der Emission besitzen, welche der betreffenden Bande zugehören (175).<sup>1)</sup> Als wesentliche Bestandteile der Zentren sind Atome des Metalles, Erdalkalimetalles und Schwefels anzusehen, welche zusammen maßgebend sind für die Möglichkeiten jener Schwingungsdauern (126, 156).

Die Zusätze, Glühtemperatur und ähnliche Faktoren (152 bis 155), welche nur eine bevorzugende Auswahl unter den durch Metall und Erdalkali als möglich gegebenen Schwingungsdauern bewirkten, und zwar unter ersichtlicher Beeinflussung der molekularen Struktur des Phosphors (137, 138), erscheinen danach bestimmend für die Art der Bindung oder Gruppierung, zu welcher die genannten wesentlichen Bestandteile der Zentren bei der Bereitung des Phosphors zusammentreten. Druck zerstört die als Zentren wirksamen Gruppierungen.<sup>2)</sup>

185. Jedes Zentrum muß dreier verschiedener, ineinander übergehender Zustände fähig sein und diese je nach der Tem-

1) Der Annahme, daß die letzteren Schwingungsdauern durch reibungsartig wirkende Kräfte verlangsamt (vgl. die Stokessche Regel, 105) Eigenschwingungsdauern, die ersteren reibungsfreie Schwingungsdauern der Resonanz wären, steht zunächst die Beobachtung entgegen, daß die Erregungsverteilungen im allgemeinen mehrere Maxima besitzen, die zugehörige Bande nur Eines.

2) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 12. p. 439. 1903, wonach die Zerstörung im wesentlichen den farblosen Aufbau des Erdalkalisulfidmoleküles betrifft.

peratur annehmen (176—179), dabei aber unveränderlich seine Eigenschwingungsdauern beibehalten (51, 108).

186. In bezug auf die Unveränderlichkeit der Schwingungsdauern und die Zugehörigkeit zum Metallatom sind Phosphoreszenzbanden und Spektralserien eines Metalles einander analog. Beide stellen Reihen möglicher Schwingungszustände des Metallatoms dar, von welchen aber in einem bestimmten Atom auf einmal hier wie dort immer nur Einer statthat; je ein Zentrum kann nach 181 nur Eine Bande emittieren, wie auch nur Eine Spektralserie von einem Atom auf einmal erscheint.<sup>1)</sup> Gemeinsam ist auch hier wie dort, daß die Auswahl dieses einen Zustandes durch Einflüsse chemischer Art bewirkt erscheint, nämlich durch die anderen Atome des Zentrums und deren Gruppierung (184) im Falle der Phosphoreszenzbanden und durch die im elektrischen Bogen sowie auch in anderen Flammen schichtenweise verschiedene chemische Beschaffenheit der Umgebung im Falle der Spektralserien.<sup>2)</sup> Ebenfalls gemeinsam ist hier wie dort die spektrale Verbreiterung mit steigender Temperatur (57), sowie die Verminderung der Intensität durch gleichzeitiges Vorhandensein eines anderen Metalles (vgl. 160), welche letzteren Analogien allerdings mehr indirekter Art zu sein scheinen.

187. Nach dem über den Einfluß der Metallmenge Gefundenen (146—148) können nur wenige Atome des Metalles in je einem Zentrum angenommen werden<sup>3)</sup>, ebenso aber auch nicht besonders viele Atome des Erdalkalis oder Schwefels.<sup>4)</sup> Denn das Erdalkalisulfid eines Phosphors war ohne Beeinträchtigung oder Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weitgehendem Maße ersetzbar durch mancherlei andere Substanz (156); es kann danach in seiner Hauptmenge nur als inaktives Füllmaterial gelten, welches weder bei der Aufnahme

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.

2) P. Lenard, l. c. p. 649; De Wetteville, Compt. rend. 138. p. 346. 1904.

3) Nach 149 im allgemeinen verschiedene Atomzahlen in den Zentren der verschiedenen Banden desselben Metalles.

4) Das Bestehen bestimmter Verhältnisse zwischen den Atomzahlen des Erdalkalis und des Metalles ist angezeigt durch die Tatsache, daß die maximal wirkenden Metallmengen mit wachsendem Atomgewicht des Erdalkalis abnehmen (150).

der Erregung, noch bei deren Verausgabung beteiligt ist. Auch die Annahme, daß dieses Füllmaterial mit der Aufspeicherung der Erregung zu tun habe, findet keinen Anhalt; denn es kann beispielsweise in einem und demselben Phosphor eine bestimmte Bande sehr vollkommene Erregungsaufspeicherung haben (unteren Momentanzustand) und gleichzeitig eine andere Bande unvollkommene Aufspeicherung (Dauerzustand). Danach scheint die große Menge inaktiven Füllmaterials nur den Zweck zu haben, die Bildung zu stark metallhaltiger, unwirksamer Atomgruppierungen bei der Herstellung des Phosphors zu verhindern.

188. Zur Frage, worin die Wirkung des erregenden Lichtes auf die Zentren bestehe, kann bemerkt werden, daß man gegenwärtig nur Eine Wirkung von Licht auf Metall oder Metallsulfid kenne, welche in Betracht kommen könnte: die lichtelektrische Wirkung, von welcher gezeigt ist<sup>1)</sup>, daß sie in dem Austritt negativer Quanten aus den Metallatomen bestehe, wobei die Energie, soweit zu sehen, nicht dem erregenden Lichte, sondern dem Innern des Metallatoms entstammt.<sup>2)</sup> Es mag dazu hervorgehoben werden, daß die Sulfide der von uns als wirksam konstatierten Metalle (169), als Blenden und Glanze bekannt, der genannten Wirkung in hervorragendem Maße zugänglich sind<sup>3)</sup>, und daß durch Untersuchungen der Herren Elster und Geitel<sup>4)</sup> bereits seit langer Zeit tatsächliches Bestehen der lichtelektrischen Wirkung bei den Phosphoren, sowie auch bei anderen phosphoreszenzfähigen Substanzen außer Zweifel gesetzt ist.

Der lichtelektrischen Wirkung völlig analog ist die durch Kathodenstrahlen erregte Sekundärstrahlung an festen Körpern.<sup>5)</sup>

1) P. Lenard, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien 108. IIa. p. 1649. 1899.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. p. 170. 1902.

3) Nach anderweitig zu veröffentlichenden Versuchen.

4) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 38. p. 507. 1889; 44. p. 722 ff. 1891; 52. p. 453. 1894. — Diese Arbeiten haben uns, im obigen Zusammenhange, schon vor längerer Zeit zu weiteren Beobachtungen veranlaßt, über welche gesondert zu berichten sein wird.

5) Nach gleichzeitig von dem Einen von uns zu veröffentlichenden Versuchen, in welchen auch speziell die Sekundärstrahlung eines Phosphors zur Beobachtung und Messung gelangt (diese Annalen).

Hierdurch wird es in der berührten Auffassung von selbst verständlich, daß Kathodenstrahlen nicht wesentlich anders erregend wirken als Licht (Kapitel D, c).

189. Wenn die Erregung im Austritt von Quanten aus dem Metallatom besteht, kann der Verbrauch der Erregung Rückkehr dieser Quanten sein mit oszillatorischer Annäherung an ihre ursprünglichen Bahnen in den Dynamiden des Atoms. Es fiele dann die Möglichkeit des Verbrauches von Erregung zusammen mit der Möglichkeit elektrischer Strömung innerhalb des vom Zentrum eingenommenen Raumes. Letztere Möglichkeit, die elektrische Leitfähigkeit in Körpern von der chemischen Beschaffenheit der Phosphore, hängt aber in der Tat im allgemeinen so mit der Temperatur zusammen, wie es den Eigenschaften der drei Temperaturzustände der Banden entspricht.

Kiel und Preßburg, den 6. August 1904.

(Eingegangen 22. August 1904.)

---

Nachtrag bei der Korrektur: In Fußnote 1) p. 226 dieses Bandes hätte noch genannt werden können: R. Klatt, *Mathem. és physikai Lapok*, Heft 3 (März) u. ff. 1901, woselbst auch bereits Beobachtungen an den SrBi-, SrSb- und BaBi-Phosphoren mitgeteilt werden.



## 2. *Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen;* *von A. Sommerfeld.*

Die folgende Arbeit wurde veranlaßt durch eine Untersuchung meines Freundes M. Wien<sup>1)</sup>, in der die von Dolezalek<sup>2)</sup> gefundene Erhöhung des Widerstandes von Rollen bei schnellem Wechselstrom zuerst theoretisch erklärt wird. Der physikalische Grund dieser Erklärung wurde schon von Dolezalek angegeben: er besteht in der Ungleichförmigkeit der Stromverteilung über den Querschnitt oder, was dasselbe besagt, in dem Hinzutreten von Wirbelströmen. Im folgenden werden wir nicht zwischen „ursprünglichem Strom“ und „Wirbelströmen“ unterscheiden, wir werden uns vielmehr auf den Maxwellschen Standpunkt stellen, wonach wir von einem einheitlichen Stromfeld und einem mit ihm durch notwendige Beziehungen verbundenen einheitlichen Magnetfelde sprechen. Die Ungleichförmigkeit der Stromverteilung wird dann ganz von selbst durch die näheren Umstände des Problems bedingt.

Übrigens gründen sich die folgenden Rechnungen nicht eigentlich dem *Inhalte*, sondern nur der *Methode* nach auf die Maxwellsche Theorie. Ich werde nämlich die *Verschiebungsströme* vollständig vernachlässigen und von einem elektrischen Felde nur innerhalb des Leiters sprechen, womit die wesentliche Neuerung der Maxwellschen Auffassung fortfällt. Daß aber auch bei dieser Beschränkung auf die Vor-Maxwellsche Theorie die *Methode* von Maxwell, d. h. die einheitliche Beschreibung des Feldes durch Differentialbedingungen, weiter führt als die Zerlegung des Feldes in die Felder von Einzelströmen, zeigt, wie ich meine, der Vergleich der folgenden Rechnungen mit denen von M. Wien, bei welchem Vergleich allerdings im Auge zu behalten ist, daß sich M. Wien ein schwierigeres, weniger idealisiertes Problem stellt wie wir (vgl. folgende Seite). In der Tat gestattet unser Ansatz sofort, zu sehr schnellen Schwingungszahlen (Hertzsche Wellen, drahtlose

1) M. Wien, Ann. d. Phys. 14. p. 12. 1904.

2) F. Dolezalek, Ann. d. Phys. 13. p. 1142. 1903.

Telegraphie) überzugehen, für welche die Wienschen Näherungen nicht mehr konvergieren. Auch in Hinsicht auf die Einfachheit der Rechnungen verdient unsere Methode vor der Wienschen den Vorzug, wenigstens im Falle der einfach gewickelten Spule. Im Falle der Rolle mit mehreren Wicklungen übereinander, den ich auf den Fall der einfachen Spule zurückführe, ist dagegen die Wiensche direkte Näherungsrechnung wohl noch einfacher, wie die hier gegebene vollständigere Theorie.

Wesentlich für die Durchführbarkeit der Rechnungen ist die Annahme, daß der von den Isolationsschichten eingenommene Raum verschwindend klein ist gegen den metallischen Teil der Spule, und daß die innere und äußere Umgrenzung der Spule von zwei coaxialen Zylindern (in dem Durchschnitt der Fig. 1 von zwei Geraden) gebildet wird. Wir behandeln hiernach nicht einen Draht von kreisförmigem, sondern einen solchen von rechteckigem (oder im besonderen quadratischen) Querschnitt. Insofern weichen wir erheblich von der wirklichen Anordnung einer Spule ab und befinden uns im Nachteil gegenüber der Methode von Wien. Andererseits haben wir den Vorteil, ein in Strenge und für alle Schwingungszahlen lösbares Problem zu formulieren.

Die Spule setze ich als unendlich lang voraus und sehe von der endlichen Ganghöhe der Wicklungen ab. Die magnetischen Kraftlinien verlaufen dann durchweg axial und die Strömungslinien in Kreisen um die Achse der Spule. Es ist daher nur je eine Komponente der magnetischen und elek-

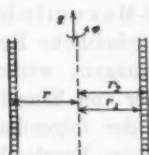


Fig. 1.

trischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{E}$  zu berücksichtigen; indem wir gewöhnliche Polarkoordinaten  $r, \varphi, z$  benutzen, schreiben wir

$$(1) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z, \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_\varphi.$$

Die Koordinaten  $r, \varphi, z$  bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem, wenn wir  $\varphi$  entgegen dem Uhrzeigersinne um die positive  $z$ -Achse herum rechnen (Fig. 1).

Unter einer *Spule* (= Solenoid) verstehe ich eine solche aus einer Lage von Wicklungen. Auf die Behandlung einer *Rolle* (mehrere Lagen übereinander) komme ich später.

§ 1. Das Feld einer unendlich langen Spule. Allgemeine Formeln.

Im Dielektrikum wird bei Vernachlässigung von Verschleppungsströmen das magnetische Feld durch den folgenden Ausschnitt aus den Maxwell'schen Gleichungen bestimmt:

$$(2) \quad \text{rot } \mathfrak{H} = 0, \quad \text{div } \mathfrak{H} = 0,$$

(rot gleichbedeutend mit curl). Da sich  $\mathfrak{H}$  auf seine eine Komponente  $\mathfrak{H}_z$  reduziert (Gleichung (1)), so schließt man aus  $\text{div } \mathfrak{H} = 0$ , daß  $\mathfrak{H}$  von  $z$  unabhängig, aus  $\text{rot } \mathfrak{H} = 0$ , daß  $\mathfrak{H}$  auch von  $r$  und  $\varphi$  unabhängig ist. Das Feld im Dielektrikum muß also homogen sein. Wir setzen daher im Innern der Spule:

$$(3) \quad r < r_1 \dots \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z = H e^{i n t},$$

( $H$  eine Konstante,  $n$  die Wechselzahl in  $2\pi$  Sek.). Dasselbe gilt für das Äußere der Spule, nur mit dem Unterschiede, daß die Konstante  $H$  hier gleich Null sein muß, weil  $\mathfrak{H}$  im Unendlichen verschwindet. Wir setzen also im Äußeren der Spule:

$$(4) \quad r > r_2 \dots \mathfrak{H} = 0.$$

In dem leitenden Material der Spule  $r_1 < r < r_2$  haben wir neben  $\mathfrak{H}$  die elektrische Feldstärke  $\mathfrak{E}$  oder die spezifische Stromstärke  $\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E}$  zu betrachten. Dabei mögen  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{J}$  und  $\sigma$  in demselben (magnetischen) Maß wie  $\mathfrak{H}$  gemessen werden unter Zugrundelegung der üblichen Einheiten und es möge unmagnetisches Material angenommen werden ( $\mu = 1$ ). An die Stelle der Gleichungen (2) treten hier die folgenden Beziehungen zwischen  $\mathfrak{H}$ ,  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{J}$ :

$$(5) \quad 4\pi \mathfrak{J} = \text{rot } \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{H} = -\text{rot } \mathfrak{E}, \quad \mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E},$$

aus denen die Beziehungen  $\text{div } \mathfrak{J} = 0$  und  $\text{div } \mathfrak{H} = 0$  (letztere bei Voraussetzung eines rein periodischen Vorganges) von selbst folgen.

Wir beginnen auch hier mit der Bestimmung des magnetischen Feldes. Durch Elimination von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{J}$  aus (5) folgt in bekannter Weise:

$$4\pi \sigma \mathfrak{H} = \Delta \mathfrak{H},$$

$$\Delta \mathfrak{H} = \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial z^2}.$$

Ersichtlich muß wegen des stetigen Anschlusses der Oberflächenwerte  $\mathfrak{H}$  innerhalb des Spulenmaterials ebenso wie außer-

halb desselben von  $z$  und  $\varphi$  unabhängig sein und von  $t$  in der Form  $e^{i n t}$  abhängen. Somit vereinfacht sich die vorstehende Gleichung für  $\mathfrak{H}$  in:

$$(6) \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\mathfrak{H}}{dr} \right) + k^2 \mathfrak{H} = 0, \quad k^2 = -4\pi i n \sigma.$$

Es ist dieses die bekannte Differentialgleichung der Besselschen Funktionen von der Ordnung Null. Ihre beiden partikulären Lösungen bezeichnen<sup>1)</sup> wir mit  $B(kr)$  und  $C(kr)$ ;  $k$  ist nach Definition eine komplexe Konstante. Die allgemeine Lösung von (6) setzt sich aus  $B$  und  $C$  additiv zusammen, wobei wir den von  $r$  unabhängigen Faktor  $H e^{i n t}$  hinzufügen dürfen. Wir erhalten so für das Spulenmaterial

$$(7) \quad r_1 < r < r_2 \dots \mathfrak{H} = (\alpha B(kr) + \beta C(kr)) H e^{i n t}.$$

Die Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmen sich daraus, daß sich  $\mathfrak{H}$  an dem inneren und äußeren Begrenzungszyylinder der Spule stetig verhalten muß. Hieraus folgt wegen (3) und (4):

$$(8) \quad \begin{cases} \alpha B(kr_1) + \beta C(kr_1) = 1, \\ \alpha B(kr_2) + \beta C(kr_2) = 0. \end{cases}$$

Hiermit ist das *magnetische Feld* vollständig bestimmt. Das Feld des Stromes entnehmen wir darauf aus der ersten Gleichung (5). Nach dem Stokesschen Satze ist das Flächenintegral von  $\text{rot } \mathfrak{H}$  gleich dem Linienintegral von  $\mathfrak{H}$  selbst. Als Weg des Linienintegrals wählen wir wie üblich ein den Koordinatenrichtungen parallel orientiertes Rechteck. Einen von Null verschiedenen Wert des Linienintegrals erhalten wir aber nur für das den Richtungen  $z$  und  $r$  parallele Rechteck. Dasselbe möge in der  $z$ -Richtung die Seite 1, in der  $r$ -Richtung die Seite  $dr$  haben, und von der positiven  $\varphi$ -Richtung gesehen, entgegen dem Uhrzeigersinne durchlaufen werden. Aus der ersten Gleichung (5) und dem Stokesschen Satz folgt nun

$$4\pi \mathfrak{I} dr = 4\pi \mathfrak{I}_\varphi dr = (\mathfrak{H})_r - (\mathfrak{H})_{r+dr},$$

d. h.

$$(9) \quad 4\pi \mathfrak{I} = - \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial r} = - \left( \alpha \frac{dB(kr)}{dr} + \beta \frac{dC(kr)}{dr} \right) H e^{i n t},$$

1) Ich schreibe  $B$ ,  $C$  und nicht, wie üblich  $J$ ,  $K$ , weil ich  $J$  für den Gesamtstrom im Draht reservieren muß.

womit auch das Stromfeld, soweit wir es brauchen, völlig bestimmt ist.

Von dem spezifischen Strom  $\mathfrak{J}$  gehen wir sogleich zu dem Gesamtstrom  $J$  über. Dieser wird, wenn auf die parallel der Achse gemessene Längeneinheit der Spule  $N$  Windungen kommen, bestimmt durch:

$$J = \frac{1}{N} \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{J} dr = - \frac{1}{4\pi N} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} dr = \frac{1}{4\pi N} \{(\Phi)_{r_1} - (\Phi)_{r_2}\}.$$

Wegen der Gleichung (8) ist aber

$$(\Phi)_{r_2} = 0, \quad (\Phi)_{r_1} = H e^{int},$$

somit stets

$$(9) \quad J = \frac{H}{4\pi N} e^{int}.$$

## § 2. Verschiedene Näherungsformeln bei verschiedener Frequenz. Diskussion des Feldes.

Von unseren allgemeinen Formeln für Wechselstrom gelangen wir leicht zu solchen für Gleichstrom ( $n = 0$ ), indem wir die Besselschen Funktionen durch bekannte Näherungsformeln<sup>1)</sup> für *kleines Argument* ersetzen. Man erhält so aus (8), (7) und (9):

$$(10) \quad r_1 < r < r_2 \dots \Phi = H e^{int} \frac{\log \frac{r_2}{r}}{\log \frac{r_2}{r_1}}, \quad 4\pi \mathfrak{J} = \frac{H e^{int}}{r \log \frac{r_2}{r_1}},$$

was man natürlich bequemer direkt hätte einsehen können. Wir wollen uns aber überzeugen, daß schon bei mäßiger Wechselzahl lediglich die Näherungsformeln der Besselschen Funktionen für *großes Argument* in Frage kommen. Nehmen wir z. B.  $r_1 = 5$  cm,  $r_2 = 5,1$  cm (Drahtdicke 1 mm),

1) Die hier in Betracht kommenden Formeln habe ich in einer Arbeit über Drahtwellen (Wied. Ann. 67. p. 233. 1899) in § 4 zusammengestellt. Ich bemerke dabei, daß  $C$  in der Formel für  $K(x)$  nicht den Wert  $+0,577$  sondern  $-0,577$  haben muß, worauf mich Hr. W. B. Morton aufmerksam gemacht hat, und daß daher in allen folgenden Formeln  $\gamma$  nicht die Zahl 1,781 sondern  $1/1,781$  bedeutet. Die in jener Arbeit durchgeführten Zahlenbeispiele werden durch diese Abänderung nur in den höheren Dezimalen beeinflusst; die Resultate der Arbeit bleiben daher intact.

$\sigma = 5,9 \cdot 10^{-4} \text{ sec cm}^{-2}$  (Kupferdraht), so wird, unter  $|k|$  den absoluten Betrag der komplexen Größe  $k$  verstanden:

$$|k|^2 r_1^2 = 4 \pi n 5,9 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = \frac{n}{5,4}.$$

Soll also das Argument absolut kleiner als 1 werden, so müßte die Schwingungszahl in  $2\pi$  Sek. kleiner als 5,4 oder diejenige in einer Sekunde kleiner als 1 sein. Wir interessieren uns aber für Schwingungszahlen von der Größenordnung 1000 pro Sek.

Die Näherungsformeln für großes Argument will ich, obgleich sie wohlbekannt sind, hier auf einem sehr elementaren Wege ableiten, der auch in allgemeineren Fällen nützlich sein kann. Wir schreiben in (6) für das Argument  $k r$  einfacher  $x$ . Die Gleichung lautet dann:

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left( x \frac{d\mathfrak{H}}{dx} \right) + \mathfrak{H} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 \mathfrak{H}}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\mathfrak{H}}{dx} + \mathfrak{H} = 0.$$

Weil  $x$  groß sein soll, finden wir eine erste Näherung, indem wir das mittelste Glied vernachlässigen. Die übrig bleibende Gleichung hat die beiden partikulären Integrale

$$\mathfrak{H} = e^{+ix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = e^{-ix}.$$

Um die Lösung zu korrigieren, setzen wir

$$\mathfrak{H} = x^m e^{\pm ix}$$

und bestimmen  $m$  so, daß die Differentialgleichung nicht nur in den Gliedern mit  $x^m$  sondern auch in denen mit  $x^{m-1}$  erfüllt ist. Dies liefert, wenn wir die Glieder mit  $x^{m-2}$  vernachlässigen:

$$(-x^m \pm 2im x^{m-1} \pm ix^{m-1} + x^m) e^{\pm ix} = 0,$$

d. h.  $m = -\frac{1}{2}$ , so daß unsere beiden korrigierten partikulären Lösungen werden:

$$(11) \quad \mathfrak{H} = \sqrt{\frac{1}{x}} e^{ix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = \sqrt{\frac{1}{x}} e^{-ix}.$$

Es hindert uns nichts, in der allgemeinen Darstellung (7) von  $\mathfrak{H}$  unter  $B$  und  $C$  gerade diese beiden partikulären Lösungen zu verstehen. Die Gleichungen (8) liefern dann

$$(8) \quad \begin{cases} \alpha e^{ikr_1} + \beta e^{-ikr_1} = \sqrt{k} r_1, \\ \alpha e^{ikr_2} + \beta e^{-ikr_2} = 0, \end{cases}$$

$$(8'') \quad \alpha = -\frac{\sqrt{k} r_1 e^{-ikr_1}}{\gamma}, \quad \beta = +\frac{\sqrt{k} r_1 e^{+ikr_1}}{\gamma},$$

mit der Abkürzung

$$\gamma = e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}.$$

Gleichung (7) ergibt nun:

$$(12) \quad \mathfrak{S} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2 - r)} - e^{ik(r - r_2)}}{e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}} H e^{int}$$

und Gleichung (9) liefert, wenn wir bei der Ausführung der Differentiation nach  $r$  abermals  $kr$  als große Zahl behandeln:

$$(13) \quad 4\pi\mathfrak{Z} = ik \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2 - r)} + e^{ik(r - r_2)}}{e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}} H e^{int}.$$

Wenn nun auch  $kr_1$  und  $kr_2$  große Zahlen sind, so kann es doch sein, daß  $k(r_2 - r_1)$  eine kleine Zahl wird. In diesem Falle wird man die Exponentialfunktionen in (12) und (13) entwickeln und die weiteren Näherungsformeln erhalten:

$$(14) \quad \begin{cases} \mathfrak{S} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} H e^{int}, \\ 4\pi\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{1}{r_2 - r_1} H e^{int}. \end{cases}$$

Entwickelt man andererseits in den Gleichungen (10) die Logarithmen, so erhält man wesentlich dieselben Formeln, mit dem einzigen Unterschied, daß  $r_1/r$  an die Stelle von  $\sqrt{r_1/r}$  tritt. Da aber ohnehin nahezu  $r = r_1$ , so macht dieses nichts aus; es wäre sogar nur konsequent, die Faktoren  $r_1/r$  und  $\sqrt{r_1/r}$  durch das erste Glied ihrer Entwicklungen nach Potenzen von  $r_1 - r$ , nämlich durch 1 zu ersetzen. Es zeigt sich somit, was von vornherein nicht zu erwarten war, daß unsere Näherungsformeln (12), (13) auch noch den Fall des Gleichstromes oder eines sehr langsamen Wechselstromes umfassen, daß sie also völlig allgemeingültig sind. Außerdem sehen wir, daß das Feld eines Wechselstromes von dem eines Gleichstromes nicht merklich abweicht, solange

$$|k|(r_2 - r_1) \text{ eine kleine Zahl.}$$

In dem entgegengesetzten Fall wollen wir das in unserer Willkür liegende Vorzeichen von  $k$  dadurch bestimmen, daß wir setzen (vgl. Gleichung (6))

$$k = (1 - i)h, \quad h = \sqrt{2\pi n\sigma}.$$



Dann hat  $ik(r_2 - r_1)$  einen großen positiven reellen Teil und es ist unbedingt

$$(a) \quad e^{ik(r_1 - r_2)} \quad \text{gegen} \quad e^{ik(r_2 - r_1)}$$

zu streichen. Ähnlich kann man

$$(b) \quad e^{ik(r - r_2)} \quad \text{gegen} \quad e^{ik(r_2 - r)},$$

vernachlässigen, wobei wir zunächst solche Werte von  $r$  ausschließen müssen, die  $r_2$  zu nahe liegen. Für die übrigen Werte von  $r$  ergeben sich nach diesen Vernachlässigungen aus (12) und (13) die folgenden besonders bequemen Näherungen:

$$(15) \quad \begin{cases} \mathfrak{S} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{ik(r_1 - r)} H e^{i\pi t}, \\ 4\pi \mathfrak{Z} = ik \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{ik(r_1 - r)} H e^{i\pi t}. \end{cases}$$

Man sieht aber leicht, daß diese Näherungen auch noch für  $r = r_2$  oder nahezu  $= r_2$  brauchbar bleiben. Während nämlich (12) und (13) für  $r = r_2$  liefern:

$$\mathfrak{S} = 0, \quad 4\pi \mathfrak{Z} = 2ik \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} e^{-ik(r_2 - r_1)} H e^{i\pi t}$$

(letzteres wegen der auch jetzt unbedingt zulässigen Vernachlässigung (a)), ergeben die Gleichungen (15)

$$\mathfrak{S} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} e^{ik(r_1 - r_2)} H e^{i\pi t}, \quad 4\pi \mathfrak{Z} = ik \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} e^{ik(r_1 - r_2)} H e^{i\pi t};$$

diese Werte sind aber ebenso wie die vorher angegebenen wegen der vorausgesetzten Größe des reellen Teiles von  $ik(r_2 - r_1)$  nicht merklich von Null verschieden. Mithin sind unsere Näherungsformeln (15) durch das ganze Material der Spule hin brauchbar, unter der Voraussetzung

$$|k|(r_2 - r_1) \text{ eine große Zahl.}$$

In denjenigen Fällen endlich, wo eben diese Größe weder als kleine noch als große Zahl behandelt werden darf, werden wir die ein wenig umständlicheren Formeln (12) und (13) anzusetzen haben. Dagegen können wir die eigentlichen Reihendarstellungen der Besselschen Funktionen für unsere Zwecke vollständig entbehren; die ganze Rechnung spielt sich im Gebiete der elementaren Funktionen ab.

Die bisherigen Ergebnisse werden durch Fig. 2 veranschaulicht. Darin sind die Amplituden von  $\mathfrak{S}$  und  $\mathfrak{Z}$  nach derselben Ordinatenachse zu den verschiedenen Abszissenwerten  $r$  aufgetragen. Die den Kurven beigegebenen Zahlen 0, 1, 2, 3 bedeuten die Wechselzahlen  $n = 0, 10^4, 10^5, 10^6$  in  $2\pi$  Sek. Der Maßstab der Zeichnung für  $\mathfrak{S}$  einerseits und  $\mathfrak{Z}$  andererseits ist willkürlich, aber in den verschiedenen Fällen 0, 1, 2, 3 derselbe. An den obigen Annahmen  $r_1 = 5,0$ ,  $r_2 = 5,1$ ,  $\sigma = 5,9 \cdot 10^{-4}$  ist festgehalten.  $\mathfrak{Z}$  haben wir nur im Spulenmaterial selbst zu zeichnen.  $\mathfrak{S}$  verläuft im Äußeren und Inneren der Spule geradlinig und ist von  $n$  unabhängig (Gleichung (3) und (5)) und zwar fällt die Linie für  $\mathfrak{S}$  im Äußeren der Spule mit der Abszissenachse zusammen, im Inneren läuft sie dieser im Abstände  $H$  parallel.

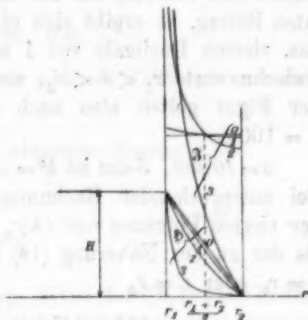


Fig. 2.

Für  $n = 0$  sind die Kurven nach Gleichung (14) oder (10) zu konstruieren. Sehen wir von dem der Einheit sehr nahen Faktor  $\sqrt{r_1/r}$  ab, so verläuft  $\mathfrak{S}$  und  $\mathfrak{Z}$  auch im Innern des Spulenmaterials geradlinig.  $\mathfrak{S}$  ist eine geneigte Gerade, welche die Punkte  $(r_1, H)$ ,  $(r_2, 0)$  verbindet,  $\mathfrak{Z}$  eine zur Abszissenachse parallele. Der Faktor  $\sqrt{r_1/r}$  würde eine fast unmerkliche Krümmung dieser Geraden bewirken; die geneigte Gerade  $\mathfrak{S}$  können wir im Sinne von Gleichung (10) als hinreichende Näherung einer logarithmischen Kurve ansehen.

Genau dieselbe Darstellung gilt nach (14) für alle solchen Schwingungszahlen, für die  $|k|(r_2 - r_1)$  hinreichend klein ausfällt. Bei hinreichend kleiner Wechselzahl verteilt sich also der Strom gleichförmig über den Draht und zeigt die magnetische Feldstärke einen gleichförmigen Abfall von innen nach außen.

$n = 1000$ . Es wird  $k^2 = -2i \cdot 3,7$ ,  $ik(r_2 - r_1) = (1+i)0,19$ , also noch recht klein. Benutzt man die Formeln (12) und (13), indem man die Exponentialfunktionen nach Potenzen von  $ik(r_2 - r_1)$  und  $ik(r_2 - r)$  entwickelt, so findet man, daß zu

dem durch die Näherung (14) bestimmten Wert von  $\Im$  für  $r = r_1$  oder  $r = r_2$  der Faktor hinzutritt:

$$\frac{1 + i \cdot 0,04}{1 + i \cdot 0,01} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1 + i \cdot 0,01}.$$

Bildet man hiervon, um zur Amplitude überzugehen, den absoluten Betrag, so ergibt sich ein Wert, der erst in der dritten bez. vierten Dezimale von 1 abweicht. Dasselbe gilt für die Zwischenwerte  $r_1 < r < r_2$ , sowie für  $\S$ . Die geraden Linien der Figur gelten also auch noch für die Schwingungszahl  $n = 1000$ .

$n = 10000$ . Jetzt ist  $k^2 = -2i \cdot 37$ ,  $ik(r_2 - r_1) = (1+i)0,61$ . Bei entsprechender Rechnung wie vorher und Beibehaltung der vierten Potenzen von  $ik(r_2 - r_1)$  und  $ik(r_2 - r)$  ergibt sich als der zu der Näherung (14) hinzutretende Faktor bei  $\Im$  für  $r = r_1$  oder  $r = r_2$

$$\frac{0,98 + 0,37i}{1 + 0,12i} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1 + 0,12i}.$$

Die zugehörigen absoluten Beträge, welche die Änderung der Amplituden von  $\Im$  für  $r = r_1$  oder  $r = r_2$  geben, sind

$$1,08 \quad \text{oder} \quad 0,99.$$

Wir bestimmen ferner für  $r = (r_1 + r_2)/2$ , also in der Mitte der Spule, die Faktoren, die bei  $\Im$  sowohl wie bei  $\S$  zu den Näherungsformeln (14) hinzutreten, und ihre absoluten Beträge. Es sind dieses die Größen

$$\text{bei } \Im \dots \frac{1 + 0,09i}{1 + 0,12i}, \quad \text{absoluter Betrag } 1,00,$$

$$\text{bei } \S \dots \frac{1 + 0,03i}{1 + 0,12i}, \quad \text{„} \quad \text{„} \quad 0,99.$$

In den beiden Kurven 1 der Figur sind die entsprechenden Änderungen von  $\Im$  und  $\S$  gegenüber dem stationären Falle schon etwas übertrieben groß eingezeichnet, um sie kenntlich zu machen.

$n = 100\,000$ . Hier ist  $ik(r_2 - r_1) = (1+i)1,9$ ; die Potenzentwicklung der Exponentialfunktionen ist auch jetzt noch brauchbar, wenn man noch die achte Potenz berücksichtigt

Bei 3 ergibt sich für  $r = r_1$  oder  $r = r_2$  in dem vorher genannten Sinne als hinzukommender Faktor:

$$\frac{-0,7 + 3,3i}{0,6 + 1,1i} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{0,6 + 1,1i}$$

und als absoluter Betrag

$$2,7 \quad \text{oder} \quad 0,9.$$

Für die Mitte der Spule ergeben sich als Faktoren und absolute Beträge

$$\text{bei } 3 \dots \frac{0,9 + 0,9i}{0,6 + 1,1i}, \quad \text{absoluter Betrag } 1,0,$$

$$\text{bei } 5 \dots \frac{1 + 0,3i}{0,6 + 1,1i}, \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 0,8.$$

Vgl. die Kurven 2 der Fig. 2.

Mit  $n = 1000000$  wird  $ik(r_2 - r_1) = (1+i)6,1$ . Die Potenzentwicklung in den Formeln (12), (13) wäre jetzt ganz unbrauchbar, dagegen treten die Formeln (15) in ihr Recht; die Vernachlässigung a) von p. 680 bedeutet nämlich in unserem Falle nur, daß wir  $e^{-12}$  gegen 1 streichen, ist also unbedingt zulässig. Für die Amplitude von 5 und 3 ergibt sich aus (15)

$$|5| = \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-6,1 \frac{r-r_1}{r_2-r_1}} H.$$

$$4\pi |3| = \frac{8,6}{r_2 - r_1} \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-6,1 \frac{r-r_1}{r_2-r_1}} H.$$

Um die hieraus folgenden Zahlenwerte maßstäblich in unsere Figur eintragen zu können, wollen wir die vorstehenden Amplituden durch die aus (14) folgenden Amplitudenwerte dividieren, wobei wir direkt den Vergrößerungs- (Verkleinerungs-) Faktor der Amplitude gegenüber dem stationären Fall erhalten. Es ergibt sich als Faktor

$$\text{für } 5: \frac{r_2 - r_1}{r_2 - r} e^{-6,1 \frac{r-r_1}{r_2-r_1}},$$

$$\text{,, } 3: 8,6 e^{-6,1 \frac{r-r_1}{r_2-r_1}}.$$

Hieraus berechnet sich der fragliche Faktor von 3 (am be-

quemsten mit Benutzung von Tafeln<sup>1)</sup> für die Hyperbelfunktionen) bei

$$r = r_1, \quad r = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad r = r_2,$$

zu

$$8,7, \quad 0,41, \quad 0,02,$$

und derjenige von § bei  $(r_1 + r_2)/2$  zu 0,09. Diese Faktoren sind bei der Einzeichnung der Kurven 3 benutzt.

Man erkennt aus der Fig. 2 deutlich, wie sich der Strom mit wachsender Schwingungszahl nach der Innenseite der Spule konzentriert und wie auch das magnetische Feld schließlich von der Außenseite der Spule fortgedrängt wird. Dabei befinden wir uns mit der letzten Schwingungszahl noch weit unterhalb der Frequenz Hertzscher Schwingungen, indem unserem  $n=10^6$  eine Wellenlänge  $\lambda = 2$  km entspricht. Für eine um 1000 größere Hertzsche Wechselzahl würde der Strom ganz ausschließlich am inneren Spulenrande verlaufen und das Spulenmaterial auch von magnetischen Kraftlinien merklich frei sein. Man hat alsdann einen vollständig ausgeprägten, aber einseitigen *Skineffekt*.

### § 3. Bestimmung des effektiven Widerstandes.

Bei Abwesenheit hysteretischer Wirkungen ist der effektive Widerstand am einfachsten durch die Joulesche Wärme zu bestimmen. Wir definieren den effektiven spezifischen Widerstand  $w$  als zeitlichen Mittelwert der in der Längeneinheit des Drahtes entwickelten Stromwärme, geteilt durch den zeitlichen Mittelwert des Quadrates des Gesamtstromes. Bedeutet  $Q$  die Joulesche Wärme in der Längeneinheit des Drahtes,  $\tau = 2\pi/n$  die Schwingungsdauer, so setzen wir also

$$w = \frac{\frac{1}{\tau} \int Q dt}{\frac{1}{\tau} \int J^2 dt},$$

die Integrale über eine volle Schwingung erstreckt. Nun ist die Joulesche Wärme pro Volumeneinheit gleich

$$\frac{1}{\sigma} J^2.$$

1) Solche Tafeln z. B. in dem Taschenbuch der „Hütte“ 1. p. 80, 81.

Schneiden wir durch zwei parallele Ebenen senkrecht zur Spulenachse vom Abstände 1 die „Spulenlänge Eins“ aus, so wird die in dieser entwickelte Stromwärme

$$\frac{2\pi}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \Im^2 r dr;$$

da  $N$  die Anzahl der Windungen auf der Spulenlänge 1 war und da die Länge einer Windung (an der Innenseite gemessen)  $2\pi r_1$  beträgt, so wird die Stromwärme für die „Drahtlänge 1“:

$$Q = \frac{1}{\sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} \Im^2 r dr.$$

Für  $\Im$  ist natürlich nicht der im vorigen Paragraphen angegebene komplexe Ausdruck, sondern der reelle Teil desselben einzutragen, der sich aus je einem Gliede mit  $\cos nt$  und  $\sin nt$  zusammensetzt. Die zeitliche Mittelbildung liefert nun in bekannter Weise das halbe Quadrat der Amplitude von  $\Im$ . Dieses können wir durch unseren komplexen Ausdruck am bequemsten in der Form

$$\frac{1}{2} \Im \bar{\Im}$$

darstellen, wo  $\bar{\Im}$  die zu  $\Im$  konjugierte komplexe Größe bezeichnet. Es wird daher

$$\frac{1}{\tau} \int Q dt = \frac{1}{2\sigma N r_1} \int_{r_1}^{r_2} \Im \bar{\Im} r dr$$

und entsprechend nach Gleichung (9)

$$\frac{1}{\tau} \int J^2 dt = \frac{1}{2} J \bar{J} = \frac{1}{2} \frac{H^2}{(4\pi N)^2},$$

also

$$(16) \quad w = \frac{N}{\sigma r_1} \frac{(4\pi)^2}{H^2} \int_{r_1}^{r_2} \Im \bar{\Im} r dr.$$

$\Im$  wird, wie wir sahen, durch die allgemein gültige Formel (13) dargestellt. Wir setzen dort

$$(17) \quad ik = (1+i)h, \quad h = \sqrt{2\pi n\sigma}$$

und erhalten, indem wir statt der Exponentialfunktion den gewöhnlichen und den hyperbolischen Cosinus ( $\cos$  und  $\text{Cof}$ ) einführen:

$$\frac{(4\pi)^2}{H^2} \mathfrak{S} \mathfrak{S} = 2 h^2 \frac{r_1}{r} \frac{\text{Cof}\{2h(r_2 - r)\} + \cos\{2h(r_2 - r)\}}{\text{Cof}\{2h(r_2 - r_1)\} - \cos\{2h(r_2 - r_1)\}}.$$

Bei Benutzung des hyperbolischen Sinus ( $\text{Sin}$ ) und der Beziehungen

$$\frac{d \text{Sin}(x)}{dx} = \text{Cof } x, \quad \text{Sin}(0) = 0$$

folgt hieraus:

$$\frac{(4\pi)^2}{H^2} \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{S} \mathfrak{S} r dr = h r_1 \frac{\text{Sin } \alpha + \sin \alpha}{\text{Cof } \alpha - \cos \alpha}$$

mit der Abkürzung

$$(18) \quad \alpha = 2h(r_2 - r_1) = 2(r_2 - r_1) \sqrt{2\pi n \sigma}.$$

Nach (16) ergibt sich also

$$w = \frac{h N}{\sigma} \frac{\text{Sin } \alpha + \sin \alpha}{\text{Cof } \alpha - \cos \alpha} = \frac{N}{\sigma(r_2 - r_1)} \frac{\alpha}{2} \frac{\text{Sin } \alpha + \sin \alpha}{\text{Cof } \alpha - \cos \alpha}.$$

Wir wollen von hieraus zunächst zu dem Widerstande  $w_0$  für langsamem Wechselstrom übergehen, wo  $n$  und  $\alpha$  klein sind. Da

$$\text{Sin } \alpha = \alpha + \frac{\alpha^3}{3!} + \dots, \quad \text{Cof } \alpha = 1 + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots,$$

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \dots, \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \dots,$$

so erhält man

$$w_0 = \frac{N}{\sigma(r_2 - r_1)}.$$

Um diesen Wert zu erläutern, beachten wir, daß der Drahtquerschnitt in unserem Falle ein Rechteck war (Fig. 1) von der Breite der Spulendicke  $r_2 - r_1$  und der Höhe  $1/N$ , da ja  $N$  solche Drähte aneinandergelegt die Spulenlänge 1 ergeben sollten. Die Querschnittsfläche des Drahtes ist also

$$F = \frac{r_2 - r_1}{N}$$

und wir haben, wie es für Gleichstrom zu erwarten war, gefunden:

$$w_0 = \frac{1}{\sigma F}.$$



Den obigen effektiven Widerstand bei beliebigem Wechselstrom schreiben wir daraufhin wie folgt:

$$(19) \quad \frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha}.$$

Wie man sieht, ist  $w/w_0$  eine äußerst einfache Funktion der einzigen Variablen  $\alpha$  (vgl. Gleichung (18)).

Entwickeln wir nach dieser in Potenzreihen, so heben sich im Zähler die 3., 7., 11<sup>ten</sup>, im Nenner die 0., 4., 8<sup>ten</sup> Potenzen heraus und es bleibt nach Kürzung durch den Faktor  $\alpha^2$ :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \frac{\alpha^4}{5!} + \frac{\alpha^8}{9!} + \frac{\alpha^{12}}{13!} + \dots}{1 + 2 \frac{\alpha^4}{6!} + 2 \frac{\alpha^8}{10!} + 2 \frac{\alpha^{12}}{14!} + \dots}.$$

Wenn  $\alpha$  nicht zu groß ist, wird man nur die Glieder mit  $\alpha^4$  beizubehalten brauchen. Man hat dann

$$(20) \quad \frac{w}{w_0} = \left(1 + \frac{\alpha^4}{5!}\right) \left(1 - 2 \frac{\alpha^4}{6!}\right) = 1 + \frac{2}{3} \frac{\alpha^4}{5!}$$

oder, wenn wir die Bedeutung von  $\alpha$  eintragen:

$$(21) \quad \frac{w}{w_0} = 1 + \frac{2}{3} \frac{2^6}{5!} \pi^2 n^2 \sigma^2 (r_2 - r_1)^4.$$

Für sehr große Werte von  $\alpha$  wird indessen weder diese Formel noch diejenige der vollständigen Reihenentwickelungen ausreichen. Dagegen erhält man in diesem Fall eine äußerst einfache Grenzformel, wenn man beachtet, daß  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$  mit wachsendem  $\alpha$  über alle Grenzen wachsen, so zwar, daß  $\sin \alpha / \cos \alpha = 1$  wird, nämlich:

$$(22) \quad \frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2 \pi n \sigma (r_2 - r_1)}.$$

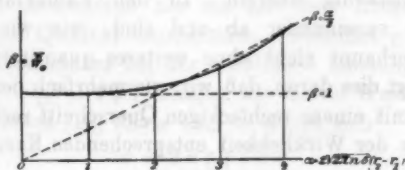


Fig. 3.

In Fig. 3 ist als Abszisse  $\alpha$ , als Ordinate  $\beta = w/w_0$  aufgetragen. Die Geraden  $\beta = 1$  und  $\beta = \alpha/2$ , denen sich unser

Diagramm für  $\alpha = 0$  und  $\alpha = \infty$  annähert, sind punktiert eingezeichnet. Aus Gleichung (19) findet man ohne weiteres (am bequemsten wieder mit Benutzung der Tafeln für die Hyperbelfunktionen):

$$\alpha = 1 = 57^\circ 18', \quad \beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,175 + 0,842}{1,543 - 0,540} = 1,005,$$

$$\alpha = 2 = 114^\circ 36', \quad \beta = \frac{3,627 + 0,909}{3,762 + 0,416} = 1,086,$$

$$\alpha = 3 = 171^\circ 54', \quad \beta = \frac{10,018 + 0,141}{10,068 + 0,990} = 1,378,$$

$$\alpha = 4 = 229^\circ 12', \quad \beta = 2 \cdot \frac{27,290 - 0,757}{27,308 + 0,654} = 1,898.$$

Um die Parallele mit den Ergebnissen von M. Wien zu ziehen, müssen wir von Gleichung (20) oder (21) ausgehen. Denn Wien gibt keine allgemeingültige Formel nach Art von (19) und bemerkt ausdrücklich, daß für sehr schnelle Schwingungen (wo unsere Formel (22) in Kraft tritt), die seinige versagt. Wir vergleichen das in (20) zur 1 hinzutretende Korrektionsglied

$$(a) \quad \frac{2}{3} \frac{\alpha^4}{5!} = 0,356 \pi^2 n^2 \sigma^2 (r_2 - r_1)^4$$

mit dem entsprechenden Gliede bei Wien<sup>1)</sup> (unter Vernachlässigung der Umspinnungen):

$$(b) \quad 0,272 \cdot \pi^4 n^2 \sigma^2 \rho^4.$$

Darin bedeuten  $n$  und  $\sigma$  dasselbe wie bei uns,  $\rho$  ist der Drahtradius.

Wie man sieht, stimmen beide Formeln, was die Form der Abhängigkeit von den Größen  $n$ ,  $\sigma$  und  $r_2 - r_1$  bez.  $\rho$  betrifft, vollständig überein. In den Zahlenfaktoren aber weichen sie voneinander ab und sind, wie wir hinzufügen können, überhaupt nicht ohne weiteres quantitativ vergleichbar. Es liegt dies daran, daß wir, wie mehrfach betont, strenge genommen mit einem rechteckigen Querschnitt rechnen, Wien dagegen den der Wirklichkeit entsprechenden Kreisquerschnitt voraussetzt.

1) l. c. p. 16 unten; die Bedeutung von  $\sigma$  ist bei Wien die reziproke (spezifischer Widerstand) wie bei uns (spezifische Leitfähigkeit), so daß bei Wien  $\sigma^2$  im Nenner steht.

Wie wir unsere Formel für rechteckigen Querschnitt zu modifizieren haben, um sie auf wirkliche Beobachtungen anzuwenden, wird in § 4 gezeigt werden.

Wir vergleichen ferner unsere Formel (22) für schnelle Schwingungen mit der bekannten Rayleighschen Widerstandsformel<sup>1)</sup>, die ebenfalls für sehr schnelle Schwingungen, aber für einen geraden Draht und kreisförmigen Querschnitt abgeleitet ist. Die Rayleighsche Formel schreiben wir bei gleicher Bedeutung von  $w_0$ ,  $n$  und  $\sigma$  wie in (22), indem wir unmagnetisches Material ( $\mu = 1$ ) voraussetzen und den Drahtradius  $\rho$  nennen:

$$(22') \quad \frac{w}{w_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2} n \sigma \rho}.$$

Auch hier ist die Form der Abhängigkeit von den Größen  $n$ ,  $\sigma$  und  $\rho$  bez.  $r_2 - r_1$  dieselbe wie bei unserer Gleichung (22), der Zahlenfaktor aber verschieden. Letzteres war (abgesehen von der Verschiedenheit der vorausgesetzten Querschnittsform) zu erwarten, da sich die Rayleighsche Formel auf einen geraden Draht und symmetrisches Feld um die Drahtachse, die unserige auf einen gewundenen Draht und ein auf die Innenseite konzentriertes Magnetfeld bezieht.

#### § 4. Vergleich mit den Beobachtungen.

Der Vergleich unserer theoretischen Widerstandsformel (19) mit dem Experimente steht die Schwierigkeit im Wege, daß bei uns der Drahtquerschnitt rechteckig angenommen, die Isolationen also vernachlässigt wurden.

Um zunächst unseren rechteckigen Querschnitt der Kreisform möglichst anzupassen, liegt es wohl am nächsten, das Rechteck im besonderen als ein mit dem Kreisquerschnitte inhaltsgleiches Quadrat anzunehmen. Bedeutet  $\rho$  den Radius des Kreisquerschnittes bei der wirklichen Messung, so setzen wir also  $(r_2 - r_1)^2 = \pi \rho^2$ . Tragen wir diesen Wert von  $r_2 - r_1$  in den Ausdruck (18) für  $\alpha$  ein, so ergibt sich

$$(18') \quad \alpha = 2 \pi \rho \sqrt{2 n \sigma}.$$

1) Dieselbe steht natürlich im Einklange mit meiner Theorie der Drahtwellen (l. c.) und läßt sich ableiten, indem man aus der dortigen Darstellung des Feldes die mittlere im Draht entwickelte Stromwärme bestimmt.

M. Wien teilt (orientierende) Beobachtungen an zwei Spulen mit. Die Radien derselben (die aber nicht mit äußerster Schärfe gemessen sind) betrugen:

Spule I  $\rho = 0,0485$ , Spule II  $\rho = 0,10$ .

Für die Leitfähigkeit  $\sigma$  nehme ich, ebenso wie Wien, den Wert  $5,9 \cdot 10^{-4}$  an.

Ich berechne nun für die verschiedenen von Wien benutzten Schwingungszahlen (erste Kolumne der folgenden Tabelle) die zugehörigen  $\alpha$  nach Gleichung (18') (zweite Kolumne) und die relative Widerstandserhöhung  $(w - w_0)/w_0$  nach Gleichung (19) (dritte Kolumne). Bilden wir aus der von Wien gemessenen Erhöhung des Totalwiderstandes  $W - W_0$  (bei Wien mit  $W' - W$  bezeichnet) die relative Erhöhung des Totalwiderstandes  $(W - W_0)/W_0$ , so müßte diese ersichtlich mit der relativen Erhöhung des spezifischen Widerstandes  $(w - w_0)/w_0$  übereinstimmen. Die vierte Kolumne enthält die hierfür in der Messung gefundenen Werte und die letzte Kolumne das Verhältnis des berechneten und gemessenen Wertes.

| n  | $\alpha$          | $\frac{w - w_0}{w_0}$ | $\frac{W - W_0}{W_0}$ | gemessen  |      |
|----|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------|------|
|    |                   | berechnet             | gemessen              | berechnet |      |
| I  | $2\pi \cdot 4050$ | $1,66 = 95^\circ 10'$ | 0,042                 | 0,021     | 0,50 |
|    | $2\pi \cdot 5680$ | $1,97 = 113$          | 0,080                 | 0,045     | 0,56 |
|    | $2\pi \cdot 8810$ | $2,38 = 136 \ 20$     | 0,165                 | 0,089     | 0,54 |
| II | $2\pi \cdot 4050$ | $3,43 = 198$          | 0,58                  | 0,34      | 0,59 |
|    | $2\pi \cdot 5710$ | $4,08 = 234$          | 0,94                  | 0,60      | 0,64 |
|    | $2\pi \cdot 8000$ | $4,81 = 276$          | 1,37                  | 0,89      | 0,63 |

Die berechneten Werte der Widerstandserhöhung liegen also durchweg höher als die gemessenen. Dies war zu erwarten. Denn der quadratische Querschnitt bietet auch bei gleichem Flächeninhalt dem nach der Innenseite konzentrierten Strom mehr Fläche dar als der kreisförmige (vgl. Fig. 4). Die Wärmeentwicklung und daher auch die Widerstandserhöhung wird somit bei der in der Rechnung zugrunde gelegten Querschnittsform größer sein, als bei der Messung.



Fig. 4.

Indessen zeigt die letzte Kolumne, daß das Verhältnis zwischen Messung und Rechnung ein ziemlich konstantes, von dem Werte von  $\alpha$  in ziemlich weiten Grenzen unabhängiges ist. Wir werden also den Einfluß der Querschnittsform korrigieren können, indem wir dem berechneten Wert einen Koeffizienten  $\gamma$  hinzufügen, der sich im Mittel aus den vorstehenden Beobachtungen etwa zu

$$\gamma = 0,58$$

ergibt. Die geringfügige Variabilität von  $\gamma$ , die aus den mitgeteilten Zahlen beim Übergange von der Spule I zu II hervorgehen scheint, kann sehr gut ihren Grund in einer ungenauen Messung des Drahradius bei II oder I haben.

Dem Genauigkeitsgrade der Messungen angemessener als unsere Tabelle dürfte die folgende Figur sein. Die beob-

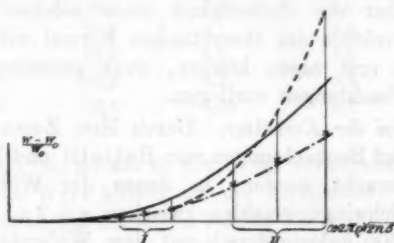


Fig. 5.

achteten Werte von  $(W - W_0)/W_0$  sind durch  $\times$  angedeutet, die nach Gleichung (19) berechneten liegen auf der ausgezogenen Kurve, die von Wien berechneten auf der punktierten. Die letztere Kurve schließt sich für kleine Werte von  $\alpha$  vollständig den gemessenen an, weicht aber für größeres  $\alpha$  systematisch von ihnen ab. Dies war zu erwarten, da die Wiensche Theorie ihrer Ableitung nach nur für solche Fälle gilt, wo die Stromverteilung hinreichend wenig von derjenigen des Gleichstromes abweicht, d. h. wo  $\alpha$  (oder bei Wien  $n\Phi$ ) hinreichend klein ist. Reduzieren wir endlich die Ordinaten unserer theoretischen Kurve in einem geeigneten konstanten Verhältnis (in der Figur ist 0,6 benutzt), so können wir sie für alle Werte von  $\alpha$  mit den Beobachtungspunkten in Einklang bringen. Es

entsteht so die strichpunktierte Kurve der Fig. 5, die für kleine  $\alpha$  (bei der Spule I) mit der Wienschen Kurve verschmilzt und für größere  $\alpha$  (bei der Spule II) durchaus den beobachteten Werten folgt.

Auf Grund dieser Erfahrungen glauben wir unsere theoretische Formel (19) durch einen Erfahrungskoeffizienten  $\gamma$  folgendermaßen korrigieren zu sollen

$$(19') \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left( \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha} - 1 \right),$$

mit

$$\alpha = 2 \pi \rho \sqrt{2 n \sigma}, \quad \gamma = 0,58 \text{ (ungefähr).}$$

Natürlich ist sowohl der vorgeschlagene Wert von  $\alpha$ , der aus der Anpassung des rechteckigen an den kreisförmigen Querschnitt hervorging, wie auch der Wert von  $\gamma$  etwas hypothetisch. Über die Zulässigkeit einer solchen erfahrungsmäßigen Korrektur der theoretischen Formel wird man etwas Zuverlässiges erst sagen können, wenn genauere und zahlreichere Beobachtungen vorliegen.

*Zusatz bei der Korrektur.* Durch Hrn. Zenneck bin ich inzwischen auf Beobachtungen von Battelli und Magri<sup>1)</sup> aufmerksam gemacht worden, in denen der Widerstand von Spulen für Schwingungszahlen zwischen  $n = 2 \pi \cdot 150\,000$  und  $n = 2 \pi \cdot 600\,000$  kalorimetrisch mit dem Widerstande gerader Drähte verglichen wird. Bei der Berechnung ihrer Beobachtungen irren die Verfasser insofern, als sie den Widerstand des geraden Drahtes durch die Rayleighsche Grenzformel (unsere Gleichung (22')) bestimmen, von der der wirkliche Wert des Widerstandes bei den genannten Schwingungszahlen noch um 25 Proz. bis 12 Proz. nach oben hin abweicht. Berichtigt man dieses<sup>2)</sup>, so ergeben sich aus den (l. c. p. 27 angegebenen) Meßwerten  $\rho/\rho'$  die in der vierten Kolumne an-

1) A. Battelli u. L. Magri, Phil. Mag. (6) 5. p. 1. 1903; vgl. insbesondere p. 22 wegen des Drahtradius, p. 28 wegen der Meßwerte  $\rho/\rho'$ , p. 28, 29 wegen der irrtümlichen Berechnung des Widerstandes beim geraden Draht. Die Leitfähigkeit  $\sigma$  habe ich gleich  $5,9 \cdot 10^{-4}$  angenommen.

2) Man wird dabei die bequemen Tabellen von J. Zenneck, Ann. d. Phys. 11. p. 1135. 1900 benutzen.

gegebenen Werte von  $(w - w_0)/w_0$  als Verhältnis der effektiven Widerstandserhöhung der Spule zum Gleichstromwiderstande der Spule. Dasselbe Verhältnis ist in der dritten Kolumne nach unserer Formel (22) berechnet. (Im Gegensatz zum geraden Draht, wo die Grenzformel (22') bei den vorliegenden Schwingungszahlen noch nicht ausreicht, gilt bei der Spule die Grenzformel (22) bereits mit vollkommen genügender Genauigkeit.) Die zweite Kolumne enthält den nach Gleichung (18') berechneten Wert von  $\alpha$ , die letzte das Verhältnis des gemessenen und berechneten Wertes von  $(w - w_0)/w_0$ .

| $n$                   | $\alpha$ | $\frac{w - w_0}{w_0}$<br>berechnet | $\frac{w - w_0}{w_0}$<br>gemessen | $\frac{\text{gemessen}}{\text{berechnet}}$ |
|-----------------------|----------|------------------------------------|-----------------------------------|--|
| $2\pi \cdot 10^6/6,7$ | 8,1      | 3,05                               | 1,5                               | 0,49                                       |
| $2\pi \cdot 10^6/4,3$ | 10,2     | 4,1                                | 2,3                               | 0,56                                       |
| $2\pi \cdot 10^6/3$   | 12,2     | 5,1                                | 3,3                               | 0,65                                       |
| $2\pi \cdot 10^6/2,2$ | 14,2     | 6,1                                | 3,9                               | 0,64                                       |
| $2\pi \cdot 10^6/1,7$ | 16,1     | 7,05                               | 3,7                               | 0,52                                       |

Auch hier ist, gerade so wie in der vorangehenden Tabelle, der gemessene Wert kleiner als der berechnete, und zwar im Mittel fast genau um denselben Betrag  $\gamma = 0,58$ . Unsere vorangehende Formel (19') findet also, einschließlich des dort angegebenen Erfahrungskoeffizienten, eine nachträgliche Bestätigung, die um so bemerkenswerter ist, als es sich hier um einen wesentlich verschiedenen Bereich von Schwingungszahlen oder von Argumentwerten  $\alpha$  handelt.

Noch möge bemerkt werden, daß sich nach der Tabelle etwa mit derselben Genauigkeit auch das Verhältnis der gemessenen und berechneten Werte von  $w/w_0$  gleich einer konstanten Zahl  $\gamma'$  ergibt, welche im Mittel 0,65 beträgt. Man könnte hiernach für die hier vorliegenden höheren Schwingungszahlen, bei denen der Quotient  $(\sin \alpha + \sin \alpha)/(\cos \alpha - \cos \alpha)$  fast genau gleich 1 ist, Gleichung (19') auch durch die folgende einfachere ersetzen:

$$\frac{w}{w_0} = \gamma' \frac{\alpha}{2}, \quad \alpha = 2\pi \rho \sqrt{2n\sigma}, \quad \gamma' = 0,65 \text{ (ungefähr)}.$$



## § 5. Das Feld einer Rolle.

Unter einer Rolle wollen wir eine Überlagerung von  $m$  Drahtschichten verstehen, derart, daß in jeder Schicht derselbe Gesamtstrom  $J$  fließt. Die Radien der inneren und äußeren Begrenzungen (koaxiale Zylinder) jeder Schicht seien:

$$r_1, r_2; r_3, r_3; \dots r_{m-1}, r_m; r_m, r_{m+1}.$$

Was das Magnetfeld  $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z$  betrifft, so schließt man gerade so wie in § 1, daß dasselbe im Innern und Äußern der Rolle homogen sein muß, daß man nämlich zu setzen hat:

$$r < r_1, \quad r > r_{m+1},$$

$$\mathfrak{H} = H e^{i n t}, \quad \mathfrak{H} = 0.$$

Im Rollenmaterial selbst muß  $\mathfrak{H}$  wie früher der Differentialgleichung (6) genügen. Bei der Lösung derselben müssen wir aber in den verschiedenen Schichten 1, 2, . . . verschiedene Werte der Integrationskonstanten  $\alpha, \beta$  zulassen. Wir schreiben daher allgemein:

$$r_1 < r < r_2, \quad \mathfrak{H}_1 = (\alpha_1 B(kr) + \beta_1 C(kr)) H e^{i n t}$$

$$r_2 < r < r_3, \quad \mathfrak{H}_2 = (\alpha_2 B(kr) + \beta_2 C(kr)) H e^{i n t},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$r_m < r < r_{m+1}, \quad \mathfrak{H}_m = (\alpha_m B(kr) + \beta_m C(kr)) H e^{i n t}.$$

Die Konstanten  $\alpha, \beta$  müssen so gewählt werden, daß in den Grenzflächen der Schichten die  $\mathfrak{H}$ -Werte stetig sind, und daß sich die innerste und äußerste Schicht stetig an das homogene Innen- und Außenfeld anschließen. Damit sind aber die  $\alpha, \beta$  noch nicht bestimmt. Sie werden es erst, wenn man berücksichtigt, daß in jeder Schicht derselbe Gesamtstrom  $J$  fließen soll. Für den spezifischen Strom  $\mathfrak{J}$  haben wir, wie in Gleichung (9)

$$4 \pi \mathfrak{J} = - \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial r}.$$

Daraus ergibt sich der Gesamtstrom durch Integration nach  $r$  über die fragliche Schicht und Division mit  $N$  (Anzahl der Windungen auf der Rollenlänge 1 für die einzelne Schicht). Es wird mithin

$$4 \pi N J = \mathfrak{H}_1(r_1) - \mathfrak{H}_1(r_2) = \mathfrak{H}_2(r_2) - \mathfrak{H}_2(r_3) = \dots \\ = \mathfrak{H}_m(r_m) - \mathfrak{H}_m(r_{m+1}).$$

Mit anderen Worten: die rechts stehenden Differenzen sind sämtlich untereinander gleich. Das Magnetfeld nimmt zwischen den Begrenzungen jeder Schicht um denselben Betrag ab; da es im ganzen von innen nach außen durch die Rolle hin von  $H e^{i n t}$  auf Null sinkt, und da wir  $m$  Schichten haben, so ergibt sich als Abnahme in jeder Schicht

$$\frac{1}{m} H e^{i n t}.$$

Daraus folgt:

$$(28) \quad J = \frac{1}{4 \pi m N} H e^{i n t}.$$

In Fig. 6 konstruieren wir die  $\Phi$ -Werte an den Übergangsstellen zwischen den einzelnen Schichten durch die geradlinige Verbindung der Punkte

$$(r_1, H) \text{ und } (r_{m+1}, 0).$$

Im Innern jeder Schicht ist dagegen der Abfall von  $\Phi$  keineswegs ein geradliniger, außer bei ganz kleinen Schwingungszahlen. Schließen wir solche aus, so sind für  $B$  und  $C$  die Näherungsformeln (11) für großes Argument zu benutzen. Mit Rücksicht hierauf und auf die bereits bekannten Anfangs- und Endwerte von  $\Phi$  in jeder Schicht ergeben sich für die  $\alpha, \beta$  die folgenden zu (8') analogen Bestimmungsgleichungen:

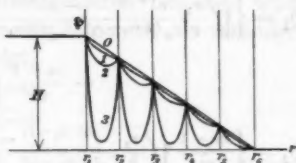


Fig. 6.

$$\alpha_1 e^{i k r_1} + \beta_1 e^{-i k r_1} = \sqrt{k r_1}.$$

$$\alpha_1 e^{i k r_2} + \beta_1 e^{-i k r_2} = \frac{m-1}{m} \sqrt{k r_2},$$

$$\alpha_2 e^{i k r_2} + \beta_2 e^{-i k r_2} = \frac{m-1}{m} \sqrt{k r_2},$$

$$\alpha_2 e^{i k r_3} + \beta_2 e^{-i k r_3} = \frac{m-2}{m} \sqrt{k r_3};$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\alpha_m e^{i k r_m} + \beta_m e^{-i k r_m} = \frac{1}{m} \sqrt{k r_m},$$

$$\alpha_m e^{i k r_{m+1}} + \beta_m e^{-i k r_{m+1}} = 0.$$

Hieraus folgt, analog zu (8'):

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{1}{\gamma_1} \left( -\sqrt{k r_1} e^{-ik r_1} + \frac{m-1}{m} \sqrt{k r_1} e^{-ik r_1} \right), \\ \beta_1 &= \frac{1}{\gamma_1} \left( \sqrt{k r_1} e^{ik r_1} - \frac{m-1}{m} \sqrt{k r_1} e^{ik r_1} \right), \\ \gamma_1 &= e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}; \\ \alpha_2 &= \frac{1}{\gamma_2} \left( -\frac{m-1}{m} \sqrt{k r_2} e^{-ik r_2} + \frac{m-2}{m} \sqrt{k r_2} e^{-ik r_2} \right), \\ \beta_2 &= \frac{1}{\gamma_2} \left( \frac{m-1}{m} \sqrt{k r_2} e^{ik r_2} - \frac{m-2}{m} \sqrt{k r_2} e^{ik r_2} \right), \\ \gamma_2 &= e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}, \dots,\end{aligned}$$

so daß die  $\gamma$  bei gleicher Schichtendicke unter sich gleich ausfallen.

Man erhält daher aus der ursprünglichen Darstellung der  $\Phi$  am Anfange dieses Paragraphen:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} - e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{e^{ik(r_1-r)} - e^{ik(r-r_1)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}} \right\} H e^{int}, \\ \Phi_2 &= \left\{ \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} - e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_2)} - e^{ik(r_2-r_2)}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{m-2}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} - e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_2)} - e^{ik(r_2-r_2)}} \right\} H e^{int}, \\ \Phi_m &= \frac{1}{m} \sqrt{\frac{r_m}{r}} \frac{e^{ik(r_{m+1}-r)} - e^{ik(r-r_{m+1})}}{e^{ik(r_{m+1}-r_m)} - e^{ik(r_m-r_{m+1})}} H e^{int}.\end{aligned}$$

Unterscheidet man wieder die Fälle

$$|k|(r_2 - r_1) \text{ klein und } |k|(r_2 - r_1) \text{ groß},$$

so ergeben sich Näherungsformeln im Sinne von (14) und (15), nämlich

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} - \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{r_1 - r}{r_2 - r_1} \right\} H e^{int}, \dots \\ \text{bez.} \\ \Phi_1 &= \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{ik(r_1-r)} + \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{ik(r-r_2)} \right\} H e^{int}, \dots\end{aligned}$$

Aus der ersteren folgt, daß bei kleinen Schwingungszahlen, wenn man von dem der Einheit sehr nahen Faktor

$$\sqrt{r_1/r} \text{ oder } \sqrt{r_2/r}$$

absieht,  $\Phi$  in jeder Schicht annähernd geradlinig abfällt (vgl. Fig. 6 die mit 0 bezeichnete Linie); die letztere zeigt dagegen, daß bei großen Schwingungszahlen im Innern jeder Schicht  $\Phi$  nahezu verschwindet (weil die Exponenten  $ik(r_1 - r)$  und  $ik(r - r_2)$  große reelle negative Bestandteile haben) und daß nur an den Grenzen jeder Schicht (wo eben jene Exponenten verschwinden)  $\Phi$  auf die bereits konstruierten Werte

$$\left( H, \frac{m-1}{m} H, \frac{m-2}{m} H, \dots \right) e^{i n t}$$

ansteigt (vgl. in Fig. 3 die der größten Schwingungszahl entsprechende Kurve 3).

Die entsprechenden Werte von  $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \dots$  in der 1., 2<sup>ten</sup> ... Schicht ergeben sich wie in Gleichung (9) aus  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$ , wobei man beim Differenzieren beachten wird, daß wegen der Größe von  $kr$  nur der Exponent als veränderlich anzusehen ist. Allgemein folgt:

$$4\pi \mathfrak{S}_1 = ik \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_1-r)} + e^{ik(r-r_1)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}} - \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}} \right\} H e^{i n t},$$

$$4\pi \mathfrak{S}_2 = ik \left\{ \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}} - \frac{m-2}{m} \sqrt{\frac{r_3}{r}} \frac{e^{ik(r_3-r)} + e^{ik(r-r_3)}}{e^{ik(r_4-r_3)} - e^{ik(r_3-r_4)}} \right\} H e^{i n t},$$

$$4\pi \mathfrak{S}_m = ik \frac{1}{m} \sqrt{\frac{r_m}{r}} \frac{e^{ik(r_{m+1}-r)} + e^{ik(r-r_{m+1})}}{e^{ik(r_{m+1}-r_m)} - e^{ik(r_m-r_{m+1})}} H e^{i n t}.$$

Die zugehörigen Näherungsformeln werden:

$$|k|(r_2 - r_1) \text{ klein,}$$

$$4\pi \mathfrak{S}_1 = \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{1}{r_2 - r_1} - \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{1}{r_2 - r_1} \right\} H e^{i n t},$$

$$4\pi \mathfrak{S}_2 = \left\{ \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \frac{1}{r_3 - r_2} - \frac{m-2}{m} \sqrt{\frac{r_3}{r}} \frac{1}{r_3 - r_2} \right\} H e^{i n t},$$

Ersetzt man hier, was mit großer Annäherung erlaubt ist,  $\sqrt{r_1}/r$ ,  $\sqrt{r_2}/r$ , ... durch 1, so erhält man die für alle Schichten gleichen Werte:

$$4\pi \mathfrak{Z}_1 = 4\pi \mathfrak{Z}_2 = \dots 4\pi \mathfrak{Z}_m = \frac{H e^{int}}{m(r_2 - r_1)} = \frac{H e^{int}}{m(r_3 - r_2)} = \dots$$

Dieselben zeigen, daß  $\mathfrak{Z}$  näherungsweise geradlinig und der Abscissenachse parallel verläuft (vgl. die mit 0 bezeichnete Gerade in Fig. 7).

$|k|(r_2 - r_1)$  groß. Aus der allgemeinen Darstellung von  $\mathfrak{Z}$  erhält man jetzt:

$$4\pi \mathfrak{Z}_1 = ik \left\{ \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{ik(r_1 - r)} - \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{ik(r - r_2)} \right\} H e^{int},$$

$$4\pi \mathfrak{Z}_2 = ik \left\{ \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{ik(r_2 - r)} - \frac{m-2}{m} \sqrt{\frac{r_3}{r}} e^{ik(r - r_3)} \right\} H e^{int},$$

$$\dots \dots \dots$$

Im Innern jeder Schicht haben wir hiernach  $\mathfrak{Z}$  nahezu gleich Null, da die Exponenten dort große reelle negative Bestandteile besitzen. Nur an den Schichtgrenzen selbst und ihrer unmittelbaren Nachbarschaft trifft dieses nicht zu. Vielmehr haben wir (bei Vernachlässigung sehr kleiner Glieder):

$$\text{für } r = r_1 \dots \quad 4\pi \mathfrak{Z}_1 = ik H e^{int},$$

$$,, \quad r = r_2 \dots \quad -4\pi \mathfrak{Z}_1 = +4\pi \mathfrak{Z}_2 = ik \frac{m-1}{m} H e^{int},$$

$$,, \quad r = r_3 \dots \quad -4\pi \mathfrak{Z}_2 = +4\pi \mathfrak{Z}_3 = ik \frac{m-2}{m} H e^{int}.$$

$$\dots \dots \dots$$

Der Strom setzt also in jeder folgenden Schicht mit einer um  $1/m$  kleineren Amplitude ein, wie in der vorangehenden. An jeder Grenzschicht ist die Phase der in beiden Schichten nebeneinander fließenden Ströme die entgegengesetzte, wie schon Wien für den Fall großer Schwingungszahlen bemerkt. (In Fig. 7, wo wir die Amplitude von  $\mathfrak{Z}$  aufgetragen haben, kommt dieser Phasenunterschied nicht zum Ausdruck). Die Figg. 6 und 7 sind für dieselben Schwingungszahlen  $n=0$ ,  $n=10^4$ ,  $n=10^5$ ,  $n=10^6$  konstruiert, wie die Fig. 2; diesen Schwingungszahlen entsprechen der Reihe nach die Kurven 0, 1, 2, 3. Da überdies ebenso wie dort  $\sigma = 5,9 \cdot 10^{-4}$ ,  $r_1 = 5$ ,

$r_3 = 5,1$ , also  $r_3 - r_1 = r_3 - r_2 = \dots 1$  mm gewählt wurde, so konnten die in § 2 berechneten Zahlenwerte mutatis mutandis direkt auf den Fall der Rolle übertragen werden. Nur der Maßstab der Zeichnung mußte der Deutlichkeit wegen jetzt anders gewählt und es mußten die Kurven für  $\mathfrak{J}$  und  $\mathfrak{Z}$  getrennt werden. In der äußersten Schicht der Rolle liegen die Verhältnisse, wie man sieht, qualitativ ebenso wie in der einfachen Spule. Es könnte vielleicht auffallen, daß in den Fällen 0, 1, 2, 3 trotz gleichen Wertes von  $H$  und dementsprechend gleichen Wertes des Gesamtstromes  $J$  der von der einzelnen  $\mathfrak{Z}$ -Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene Flächeninhalt nicht immer derselbe ist. Dies liegt daran, daß wir nicht die Augenblickswerte, sondern die Amplituden von  $\mathfrak{Z}$  aufgetragen haben und daß zwar der Flächeninhalt der Augenblickskurve von  $\mathfrak{Z}$  den Augenblickswert des Gesamtstromes  $J$ , aber nicht der Flächeninhalt der Amplitudenkurve von  $\mathfrak{Z}$  die Amplitude von  $J$  darstellt.

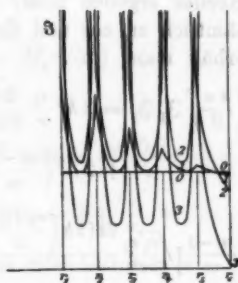


Fig. 7.

#### § 6. Der effektive Widerstand der Rolle.

Dieser setzt sich aus der Summe der Widerstände der einzelnen Schichten zusammen, deren jeden wir wie in § 3 aus der mittleren Jouleschen Wärme und dem Gesamtstrom bestimmen. Wir erhalten so für die 1<sup>te</sup>, 2<sup>te</sup> ... Schicht (vgl. Gleichung (16)):

$$(24) \quad \begin{cases} w_1 = \frac{N}{\sigma r_1} \frac{(4\pi m)^2}{H^2} \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{Z}_1 \bar{\mathfrak{Z}}_1 r dr, \\ w_2 = \frac{N}{\sigma r_2} \frac{(4\pi m)^2}{H^2} \int_{r_2}^{r_3} \mathfrak{Z}_2 \bar{\mathfrak{Z}}_2 r dr, \dots \end{cases}$$

Der Faktor  $m^2$ , um den sich diese Formeln von (16) unterscheiden, folgt unmittelbar aus dem Vergleich des Gesamt-

stromes in Gleichung (23) mit dem früheren Werte desselben in Gleichung (9').

Wir berechnen nun  $\mathfrak{S}_1 \bar{\mathfrak{S}}_1$  mit den allgemeingültigen Werten von p. 697, indem wir  $ik = (1 + i)h$  setzen. Da sich etwas Reelles ergeben muß, werden sich die Exponentialfunktionen sämtlich zu cos und Cosf zusammenziehen lassen. In der Tat erhält man

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\pi}{H}\right)^2 \mathfrak{S}_1 \bar{\mathfrak{S}}_1 &= 2h^2 \frac{r_1}{r} \frac{\text{Cosf}\{2h(r_2 - r)\} + \cos\{2h(r_2 - r)\}}{\text{Cosf}\{2h(r_2 - r_1)\} - \cos\{2h(r_2 - r_1)\}} \\ &\quad + 2h^2 \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 \frac{r_2}{r} \frac{\text{Cosf}\{2h(r_1 - r)\} + \cos\{2h(r_1 - r)\}}{\text{Cosf}\{2h(r_2 - r_1)\} - \cos\{2h(r_2 - r_1)\}} \\ &\quad - 4h^2 \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_1 r_2}{r^2}} \frac{\text{Cosf}\{2h\left(\frac{r_2 + r_1}{2} - r\right)\} \cos h(r_2 - r_1) + \cos 2h\left(\frac{r_2 + r_1}{2} - r\right) \text{Cosf}\{h(r_2 - r_1)\}}{\text{Cosf}\{2h(r_2 - r_1)\} - \cos\{2h(r_2 - r_1)\}} \end{aligned}$$

Hieraus folgt mit

$$\alpha = 2h(r_2 - r_1) = 2(r_2 - r_1)\sqrt{2\pi n\sigma}$$

durch Integration:

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\pi m}{H}\right)^2 \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{S}_1 \bar{\mathfrak{S}}_1 r dr &= h(m^2 r_1 + (m-1)^2 r_2) \frac{\text{Sin} \alpha + \sin \alpha}{\text{Cosf} \alpha - \cos \alpha} \\ &\quad - 2hm(m-1)\sqrt{r_1 r_2} \frac{2\text{Sin} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + 2\sin \frac{\alpha}{2} \text{Cosf} \frac{\alpha}{2}}{\text{Cosf} \alpha - \cos \alpha} \\ &= \frac{m^2 r_1 + (m-1)^2 r_2}{r_2 - r_1} \varphi(\alpha) - \frac{2m(m-1)\sqrt{r_1 r_2}}{r_2 - r_1} \psi(\alpha); \end{aligned}$$

die hier eingeführten Funktionen  $\varphi$  und  $\psi$  bedeuten:

$$(25) \quad \varphi(\alpha) = \frac{\alpha}{2} \frac{\text{Sin} \alpha + \sin \alpha}{\text{Cosf} \alpha - \cos \alpha}, \quad \psi(\alpha) = \alpha \frac{\text{Sin} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \text{Cosf} \frac{\alpha}{2}}{\text{Cosf} \alpha - \cos \alpha}.$$

Nach (24) wird also

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{N}{\sigma(r_2 - r_1)} \left\{ \left( m^2 + (m-1)^2 \frac{r_2}{r_1} \right) \varphi(\alpha) - 2m(m-1)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \psi(\alpha) \right\}, \\ w_2 &= \frac{N}{\sigma(r_2 - r_1)} \left\{ \left( (m-1)^2 + (m-2)^2 \frac{r_2}{r_1} \right) \varphi(\alpha) \right. \\ &\quad \left. - 2(m-1)(m-2)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \psi(\alpha) \right\}, \\ w_3 &= \dots \end{aligned}$$



Zur Beobachtung gelangt der Mittelwert

$$w = \frac{1}{m} (w_1 + w_2 + \dots w_m).$$

Wegen Gleichheit der Schichtdicken  $r_2 - r_1 = r_3 - r_2 = \dots$  wird derselbe:

$$(26) \quad w = \frac{N}{m \sigma (r_2 - r_1)} (M_1 \varphi(\alpha) - M_2 \psi(\alpha))$$

mit den Abkürzungen:

$$(27) \quad \begin{cases} M_1 = m^2 + (m-1)^2 \frac{r_2}{r_1} + (m-1)^2 + (m-2)^2 \frac{r_2}{r_1} + \dots \\ M_2 = 2m(m-1) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} + 2(m-1)(m-2) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} + \dots \end{cases}$$

Gehen wir insbesondere zum Falle des Gleichstromes  $n=0$ ,  $\alpha=0$  über, so wird  $\varphi = \psi = 1$  und

$$(26) \quad w_0 = \frac{N}{m \sigma (r_2 - r_1)} (M_1 - M_2).$$

Aus (26) folgt somit

$$\frac{w}{w_0} = \frac{M_1}{M_1 - M_2} \varphi(\alpha) - \frac{M_2}{M_1 - M_2} \psi(\alpha).$$

Wir schreiben noch

$$M_1 = \frac{M_1 + M_2}{2} + \frac{M_1 - M_2}{2}, \quad M_2 = \frac{M_1 + M_2}{2} - \frac{M_1 - M_2}{2}$$

und führen die weitere Abkürzung ein

$$(28) \quad M = \frac{M_1 + M_2}{M_1 - M_2} = \frac{\left(m + (m-1) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \left(m-1 + (m-2) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \dots}{\left(m - (m-1) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \left(m-1 - (m-2) \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \dots}$$

Dann haben wir als Schlußformel

$$(29) \quad \frac{w}{w_0} = \frac{1}{2} (\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)) + \frac{M}{2} (\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)).$$

Für  $m=1$  muß sich unsere frühere Formel für die einfache Spule ergeben. In der Tat wird mit  $m=1$  nach (28) auch  $M=1$  und nach (29)  $w/w_0 = \varphi(\alpha)$ , was mit (19) übereinstimmt.

Es hat keine Schwierigkeit, den Wert von  $M$  in jedem besonderen Falle zu berechnen. Trotzdem wollen wir eine

bequeme Näherungsformel dafür angeben, die bei nicht zu kleinem  $m$ , z. B.  $m = 5$ , anwendbar sein wird.

Wir ersetzen zunächst die der 1 sehr nahen Brüche  $\sqrt{r_2/r_1}$ ,  $\sqrt{r_3/r_2}$ , ... direkt durch 1, wobei der Nenner gleich  $m$  und

$$(28') \quad \begin{cases} M = \frac{1}{m} \{ (2m-1)^2 + (2m-3)^2 + \dots \} \\ \quad = 4m \left\{ \left(1 - \frac{1}{2m}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{2m}\right)^2 + \dots \right\} \end{cases}$$

wird. Sodann beachten wir, daß die Zahlenfolge

$$\frac{1}{2m}, \quad \frac{3}{2m}, \quad \frac{5}{2m}, \quad \dots, \quad \frac{2m-1}{2m}$$

mit wachsendem  $m$  die Strecke von 0 bis 1 überall dicht ausfüllt; wir können uns diese Strecke in die  $m$  Intervalle 0 bis  $1/m$ ,  $1/m$  bis  $2/m$ , ... eingeteilt denken, in deren Mitte je die vorgenannten Zahlen liegen. Bezeichnen wir letztere allgemein mit  $x$  und nennen wir  $dx$  die Größe des Intervalles  $1/m$ , so können wir  $M$  näherungsweise durch das Integral ersetzen

$$(28'') \quad M = 4m^2 \int_0^1 (1-x)^2 dx = \frac{4}{3} m^2.$$

Schon bei mäßigem  $m$  ist diese Näherung ausreichend. Man berechnet z. B. für  $m = 5$  aus (28'')  $M = 33,3$ , während aus der genaueren Gleichung (28') folgt  $M = 30,0$ . Der Fehler beträgt also nur 1 Proz.

Für die Zahlenrechnung kann es bequem sein, Gleichung (29) nach Potenzen von  $\alpha$  zu entwickeln. Wir schreiben zu dem Zwecke den Zähler von  $\psi(\alpha)$  folgendermaßen identisch um:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} &= \frac{1-i}{2} \sin \frac{(1+i)\alpha}{2} \\ &+ \frac{1+i}{2} \sin \frac{(1-i)\alpha}{2} = \alpha \left( 1 - \frac{1}{5!} \left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{9!} \left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^3 - \dots \right) \end{aligned}$$

und erhalten

$$\psi(\alpha) = \frac{1 - \frac{1}{5!} \left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{9!} \left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^3 - \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^6}{10!} + \dots},$$

während die Entwicklung von  $\varphi(\alpha)$  bereits p. 687 gegeben wurde:

$$\varphi(\alpha) = \frac{1 + \frac{\alpha^4}{5!} + \frac{\alpha^8}{9!} + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots}$$

Somit

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha^4}{5!} \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \frac{\alpha^8}{9!} \left(1 - \frac{1}{16}\right) + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots} + \frac{M}{2} \frac{\frac{\alpha^4}{5!} \left(1 + \frac{1}{4}\right) + \frac{\alpha^8}{9!} \left(1 - \frac{1}{16}\right) + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots}$$

Brechen wir die Reihen bereits mit  $\alpha^4$  ab, so ergibt sich

$$(30) \quad \frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{24} \frac{\alpha^4}{5!} (1 + 15M).$$

Diese Formel wird für kleine  $\alpha$  bequem sein. Andererseits wird für sehr große  $\alpha$ , wie man sofort sieht,  $\psi(\alpha)$  wie eine Exponentialfunktion mit großem negativen Exponenten zu Null, während  $\varphi(\alpha) = \alpha/2$  wird; für sehr große  $\alpha$  folgt daher aus (29):

$$(31) \quad \frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{4} (1 + M) = \frac{1}{4} (r_2 - r_1) \sqrt{2\pi n \sigma} (1 + M) = D \sqrt{2\pi n \sigma} \frac{1 + M}{2m},$$

wenn  $D = r_{m+1} - r_1$  die Dicke der Gesamtwicklungen der Rolle bedeutet.

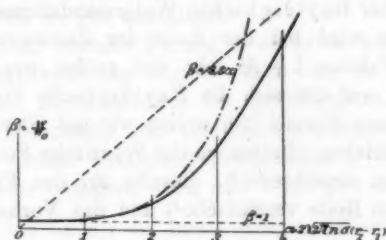


Fig. 8.

In Fig. 8 ist zu der Abszisse  $\alpha$  die Ordinate  $\beta = w/w_0$  aufgetragen, wobei die Schichtenzahl  $m$  gleich 5 gewählt ist.

Die so erhaltene Kurve muß sich nach den beiden letzten Näherungsformeln der Geraden  $\beta = 1$  bei der Abszisse  $\alpha = 0$  innig anschmiegen und sich der Geraden  $\beta = \alpha(1 + M)/4$  asymptotisch nähern. Mit  $m = 5$  wird die Gleichung dieser Asymptote  $\beta = 8,5 \alpha$ . Ferner ist in Fig. 8 die Parabel 4<sup>ter</sup> Ordnung (30) strichpunktiert eingetragen, welche anfangs von unserer eigentlichen Widerstandskurve nicht merklich abweicht. Aus Gleichung (25) und (29) findet man nun für dieselben Abszissenwerte wie p. 688 und mit Benutzung der dort bereits berechneten Werte von  $\varphi(\alpha)$ :

|                             |                           |                        |                |
|-----------------------------|---------------------------|------------------------|----------------|
| $\alpha = 1 = 57^\circ 18'$ | $\varphi(\alpha) = 1,005$ | $\psi(\alpha) = 0,995$ | $\beta = 1,17$ |
| $\alpha = 2 = 114 \ 36$     | 1,086                     | 0,926                  | 3,68           |
| $\alpha = 3 = 171 \ 54$     | 1,878                     | 0,677                  | 12,70          |
| $\alpha = 4 = 229 \ 12$     | 1,898                     | 0,280                  | 28,06          |

Der Widerstand steigt also bei der Rolle mit  $\alpha$  außerordentlich stark an; bereits bei  $\alpha = 2$  beträgt er nahezu das Vierfache des Gleichstromwiderstandes. Hiermit hängt es zusammen, daß wir in Fig. 8 die Gerade  $w = w_0$  oder  $\beta = 1$  sehr nahe an die Abszissenachse heranrücken mußten, um ein deutliches Bild zu erhalten. Die Verschiedenheit der Wahl des Ordinatenmaßstabes in Fig. 3 und Fig. 8 gibt hiernach eine Anschauung von der Erhöhung des effektiven Widerstandes in einer Rolle verglichen mit demjenigen in einer einfachen Spule.

Von den beiden Näherungsformeln (30) und (31) ist die letztere mit der Rayleighschen Widerstandsformel (22') gleichgebaut. Nur wird bei der Rolle der Zahlenwert besonders wegen des Faktors  $1 + M$  sehr viel größer wie bei dem geraden Draht, auf den sich die Rayleighsche Formel bezieht.

Die erstere Formel (30) wollen wir mit Gleichung (2) von Wien<sup>1)</sup> vergleichen. Indem ich die Wiensche Formel in meine Bezeichnungen umschreibe<sup>2)</sup>, dieselbe für den Fall einer unendlich langen Rolle vereinfache<sup>3)</sup> und das Vorhandensein der

1) l. c. p. 5.

2) Ich schreibe also statt der Wienschen Zeichen  $W'$ ,  $W$ ,  $\sigma$ ,  $N$  bez.  $w$ ,  $w_0$ ,  $1/\sigma$ ,  $n/2\pi$ .

3) Ich vernachlässige also das Glied  $(r_1 + r_2)^2/c^2$ .

Isolationen vernachlässige<sup>1)</sup>, lautet dieselbe nach Division mit dem Gleichstromwiderstande  $w_0$  ( $W$  bei Wien):

$$(a) \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{1}{3} \pi^4 m^2 \sigma^2 n^2 \rho^4.$$

Andererseits lautet unsere Formel (30), wenn wir darin das unwesentliche Glied 1 gegen  $15M$  streichen und für  $M$  seinen Näherungswert (28') eintragen:

$$(b) \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{1}{24 \cdot 5!} \alpha^4 20 m^2 = \frac{\alpha^4 m^2}{144}.$$

Die ursprüngliche Bedeutung von  $\alpha$  war

$$\alpha = 2(r_2 - r_1) \sqrt{2\pi n \sigma}.$$

Suchen wir ebenso wie in § 4 den Übergang von dem Draht mit rechteckigem zu einem solchen mit kreisförmigem Querschnitt dadurch zu bewerkstelligen, daß wir beide Querschnitte inhaltsgleich machen, so werden wir wie früher die folgende abgeänderte Bedeutung von  $\alpha$  einführen:

$$\alpha = 2\pi \rho \sqrt{2n\sigma}.$$

Hieraus ergibt sich nach (b):

$$(c) \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{4}{9} \pi^4 m^2 \sigma^2 n^2 \rho^4.$$

Der Unterschied der Formeln (a) und (c) kommt also darauf hinaus, daß bei Wien  $1/3 = 0,333$  steht, wo bei mir  $4/9 = 0,444$ . Meine Formel ergibt, ebenso wie bei der einfachen Spule, etwas höhere Werte für die Widerstandsänderung wie die Wiensche, die sich ihrerseits den Messungen von Dolezalek so gut anschließt.

Den Grund, weshalb Formel (c) etwas zu hohe Werte für die Widerstandsänderung ergibt, sehen wir in der bei uns vorausgesetzten Rechtecksform des Querschnittes. Um unsere Formel den Messungen von Dolezalek anzupassen, müssen wir sie mit einem Erfahrungskoeffizienten  $\gamma$  versehen, der nach dem eben Gesagten etwa den Wert  $3/4$  hat. Die ent-

1) Bei Wien ist  $m/c$  die Anzahl sämtlicher Wickelungen auf der Längeneinheit der Rolle. Werden die Isolationszwischenräume vernachlässigt, so kommen auf die Längeneinheit einer Schicht  $1/2 \rho$  Wickelungen; ich erhalte daher die Anzahl der Schichten, wenn ich die Zahl  $m/c$  dividiere durch  $1/2 \rho$ . Somit entspricht unserem  $m$  bei Wien die Größe  $2 \rho m/c$ .

sprechende Änderung nehmen wir in der allgemeingültigen Formel (29) vor, die wir für den Vergleich mit dem Experimente schreiben:

$$(29) \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left\{ \frac{\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)}{2} + M \frac{\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)}{2} - 1 \right\},$$

$$\alpha = 2\pi \varrho \sqrt{2n\sigma}, \quad \gamma = 0,75 \text{ (ungefähr),}$$

$$M = \frac{4}{3} m^2 \text{ (bei nicht zu kleinem } m).$$

Indessen bedarf es noch der experimentellen Prüfung, ob der hier vorgeschlagene Wert von  $\gamma$  und die gegen früher abgeänderte Bedeutung von  $\alpha$  sich allgemein bewähren, so wie es im Bereiche der Dolezalekschen Messungen der Fall ist.

Diese Messungen benutzen Schwingungszahlen unter  $n = 2\pi \cdot 2300$  und Drahtradien bis höchstens  $\varrho = 0,1$ . Unser  $\alpha$  erreicht daher bei Dolezalek höchstens den Wert 2,4, und liegt für die Mehrzahl seiner Messungen noch unter 1. Für solche  $\alpha$  ist die strichpunktierte Kurve in Fig. 8 noch nicht von der ausgezogenen Kurve merklich verschieden, so daß zu ihrer Berechnung die allgemeine Formel (29) entbehrlich wird und die (in entsprechender Weise durch einen Erfahrungskoeffizienten korrigierte und dann mit der Wienschen zusammenfallende) Formel (30) ausreicht. Es unterliegt aber keinem Zweifel, daß bei weiterer Steigerung der Wechselzahl  $n$  oder bei größerer Drahtdicke diese Näherungsformel gerade so wie bei der einfachen Spule zu große Widerstandsänderungen ergeben und die vollständige Theorie in ihr Recht treten würde.

#### Ergebnisse.

1. Es ist bequemer, das Feld durch die Maxwellschen Differentialbedingungen einheitlich zu beschreiben, als dasselbe in die Einzelfelder des ursprünglichen Stromes und der hinzukommenden Wirbelströme aufzulösen.

2. Stromfeld und magnetisches Feld werden vollständig für verschiedene Schwingungszahlen durch die Fig. 2 (einfache Spule), 6 und 7 (mehrfach gewickelte Rolle) dargestellt. Die strenge Ermittlung des Feldes gelingt unter der Annahme, daß der Draht rechteckigen Querschnitt hat, daß seine verschiedenen Lagen einen unendlich langen Hohlzylinder

leckenlos ausfüllen und unter Vernachlässigung der Verschiebungsströme.

3. Der Verlauf des Verhältnisses  $w$  (Widerstand bei der Schwingungszahl  $n$ ) zu  $w_0$  (Gleichstromwiderstand) wird durch Figg. 3 und 8 dargestellt. Die Formel lautet bei der einfachen Spule oder der  $m$ -fach gewickelten Rolle:

$$\frac{w}{w_0} = \varphi(\alpha), \quad \varphi(\alpha) = \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha},$$

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)}{2} + M \frac{\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)}{2},$$

$$\psi(\alpha) = \alpha \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha - \cos \alpha}$$

mit

$$\alpha = 2(r_2 - r_1) \sqrt{2\pi n \sigma},$$

$\sigma$  = spezifische Leitfähigkeit (elektromagnetisch),  $n$  = Schwingungszahl in  $2\pi$  Sek.,  $r_2 - r_1$  = Dicke der Spule oder der einzelnen Schicht bei der Rolle,  $M$  eine von der Schichtenzahl  $m$  und in geringem Grade von den Abmessungen der Rolle abhängige Größe, die bei nicht zu kleinem  $m$  gleich  $4m^2/3$  gesetzt werden kann.

4. Als Näherungsformel bei kleinem  $\alpha$  ergibt sich für Spule oder Rolle

$$\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{2}{3} \frac{\alpha^4}{5!} \quad \text{bez.} \quad \frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{24} \frac{\alpha^4}{5!} (1 + 15M),$$

dagegen bei großem  $\alpha$

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} \quad \text{bez.} \quad \frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{4} (1 + M).$$

Letztere Formeln entsprechen der Rayleighschen Widerstandsformel für den geraden Draht, erstere befinden sich in qualitativer Übereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen von M. Wien.

5. Um einen quantitativen Vergleich mit den Messungen zu ermöglichen, wird vorgeschlagen, für einen runden Draht vom Radius  $\rho$ , auf den sich unsere Theorie eigentlich nicht direkt bezieht, unter  $\alpha$  zu verstehen

$$\alpha = 2\pi\rho \sqrt{2n\sigma}$$



und den theoretischen Wert von  $(w - w_0)/w_0$  mit einem Erfahrungskoeffizienten  $\gamma$  in folgender Weise zu behaften bei kleinem  $\alpha$ :

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \frac{2}{3} \frac{\alpha^4}{5!} \quad \text{bez.} \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{\gamma}{24} \frac{\alpha^4}{5!} (1 + 15 M),$$

bei beliebigem  $\alpha$ :

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma (\varphi(\alpha) - 1)$$

bez.

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left( \frac{\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)}{2} + M \frac{\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)}{2} - 1 \right).$$

Aus gewissen orientierenden Beobachtungen von Wien sowie aus kalorimetrischen Messungen von Battelli und Magri scheint hervorzugehen (vgl. Fig. 5), daß bei der einfachen Spule innerhalb eines weiten Schwingungsbereiches ziemlich konstant  $\gamma = 0,6$  ist, während man den Dolezalekschen Beobachtungen an Rollen mit  $\gamma = 0,75$  gerecht wird.

Aachen, im Juli 1904.

(Eingegangen 10. August 1904.)

### 3. Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke; von P. Drude.

Ein Kondensatorkreis, dessen Eigenwellenlänge genügend groß gegen die Länge des Schließungsdrahtes ist, und dessen Kondensatorplatten einen genügend kleinen Abstand voneinander haben, entsendet nahezu keine elektrischen Kraftlinien in den Außenraum. Daher entsendet er nach dem Poyntingschen Satze nahezu keine elektrische Energie durch Hertzsche Strahlung in den Außenraum und seine Dämpfung wird allein durch den Widerstand  $w$  der ganzen Leitung bestimmt; bei metallischen Schließungskreisen, die nicht aus zu dünnem Draht bestehen, und die eine Funkenstrecke enthalten, besteht  $w$  praktisch nur in dem Widerstand der Funkenstrecke.

Es sei  $L$  die Selbstinduktion des Schließungskreises. Kann man  $w$  als von der Stromstärke unabhängig ansehen, so ist das logarithmische Dekrement

$$(1) \quad \gamma = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}},$$

falls  $\gamma$  nicht sehr groß, d. h. falls  $w^2$  klein ist neben  $4L:C$ . Das logarithmische Dekrement ist dadurch definiert, daß die Amplitude der elektrischen Schwingungen proportional mit  $e^{-\gamma t/T}$  ist. Die Periode  $T$  ist, falls  $\gamma^2$  gegen  $4\pi^2$  zu vernachlässigen ist:

$$(2) \quad T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

In diesen Formeln ist  $w$  und  $C$  nach elektromagnetischem Maße gemessen. Führt man an Stelle von  $T$  die Wellenlänge  $\lambda = Tc$  ein, wobei  $c = 3 \cdot 10^{10}$  ist, und die nach elektrostatischem Maß gemessene Kapazität  $C_e = c^2 \cdot C$ , so wird:

$$(3) \quad \gamma = \frac{2\pi^2 w}{c} \cdot \frac{C_e}{\lambda}, \quad \lambda = 2\pi \sqrt{LC_e}.$$

Nun ist zwar durch eine neuere Arbeit von Zenneck<sup>1)</sup> gezeigt worden, daß die Amplitude elektrischer Schwingungen

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 822. 1904.

eines geschlossenen Kondensatorschwingungskreises, der eine Funkenstrecke enthält, keine Exponentialkurve ist, d. h. nicht proportional zu  $e^{-\gamma t/T}$  ist, wobei  $\gamma$  und  $T$  von  $t$  unabhängig sind. Die Ursache liegt offenbar darin, daß der Widerstand der Funkenstrecke nicht von der Stromstärke unabhängig sein wird, vielmehr wird er mit abnehmender Stromstärke wachsen. Daher ist für die späteren Schwingungen entsprechend den Beobachtungen von Zenneck das Verhältnis zweier aufeinander folgenden Amplituden größer, als für die Anfangsschwingungen, d. h. man könnte  $\gamma$  als mit  $t$  wachsend ansehen, wie auch aus (1) hervorgehen würde, wenn  $w$  mit  $t$  wächst. Im folgenden soll nun aber von diesen Komplikationen abgesehen werden, und es soll vorausgesetzt werden, daß die Amplitude der elektrischen Schwingungen proportional zu  $e^{-\gamma t/T}$  mit konstantem  $\gamma$  sei.  $\gamma$  hat dann die Bedeutung eines gewissen *Mittelwertes des Dekrementes* bei den stattfindenden Schwingungen. Die Kenntnis dieses Mittelwertes genügt, um die induktive Wirkung eines Schwingungskreises auf einen anderen (eventuell in Resonanz stehenden) Schwingungskreis berechnen zu können. Daher ist die Kenntnis dieses Mittelwertes  $\gamma$  wichtig für Wirksamkeit von Teslatransformatoren und für die drahtlose Telegraphie. *Im folgenden will ich die Resultate meiner Messungen über diese mittleren Dekremente  $\gamma$ , welche durch die Eigenschaften der Funkenstrecke herbeigeführt werden, angeben.* Das Hauptresultat will ich gleich voranschicken, daß nämlich auch bei Speisung einer auf konstanter Länge gehaltenen Funkenstrecke mit konstanter Potentialdifferenz nicht annähernd der Widerstand  $w$  der Funkenstrecke konstant, d. h. von  $L$  und  $C$  unabhängig ist. Daß  $w$  mit wachsender Kapazität  $C$  abnimmt, ist wegen des dadurch bewirkten Wachsens der von jedem Funken transportierten Elektrizitätsmenge von vornherein plausibel und auch von Lindemann<sup>1)</sup> experimentell bewiesen. Lindemann konstatierte auch etwas Zunahme des Funkenwiderstandes mit wachsender Selbstinduktion. Ich werde im folgenden zeigen, daß diese Zunahme von  $w$  mit  $L$  sogar sehr bedeutend sein kann. Der Grund ist wohl darin zu suchen,

1) R. Lindemann, Diss. Göttingen 1903; Ann. d. Phys. 12. p. 1012. 1903.

daß mit wachsendem  $L$  die Periode  $T$  wächst, daher mehr Dissoziationsarbeit vom Funken zu leisten ist, weil vor Einsetzen des Funkens der Warburgsche Vorprozeß (Dissoziation der Luft) stattfinden muß und diese Dissoziation mit einer bestimmten Geschwindigkeit wieder zurückgeht.

Wegen dieses Verhaltens des Funkenwiderstandes kann man leider nicht durch große  $L$  und kleine  $C$  beliebig kleine logarithmische Dekremente  $\gamma$  erzielen, wie sie nach (1) eintreten würden, wenn  $w$  von  $L$  und  $C$  unabhängig wären. Vielmehr ergibt sich innerhalb gewisser Grenzen die Dämpfung  $\gamma$  in einer Funkenstrecke konstant, d. h. unabhängig von  $C$ ,  $L$ , Länge und Speisung der Funkenstrecke.<sup>1)</sup> Die Werte  $\gamma$  erreichen aber bei zweckmäßiger Kondensatorkonstruktion so kleine Beträge, wie sie bisher in der Literatur noch nicht angegeben sind. Daher erklärt sich auch in diesen Fällen eine recht scharfe Resonanz zweier nahezu geschlossener Schwingungskreise.

#### 1. Untersuchungsmethode und Apparate.

Kürzlich hat Simons<sup>2)</sup> ein Messungsverfahren für den Widerstand einer Funkenstrecke angegeben, indem er direkt für eine Funkenstrecke einen Leitungswiderstand substituierte. Aber abgesehen davon, daß nach dieser Methode der Kondensatorkreis immer zwei Funkenstrecken enthalten muß und der resultierende mittlere Widerstand der eigentlichen Erregerfunkenstrecke dadurch nicht gemessen wird, erscheint mir seine Methode nicht so bequem, als die schon von Bjerknes<sup>3)</sup> angegebene Methode der Aufnahme einer Resonanzkurve, die mit den von mir verwendeten Apparaten innerhalb weniger Minuten schon das Resultat für das logarithmische Dekrement  $\gamma$  lieferte, aus dem dann der Funkenwiderstand nach (1) zu berechnen ist. Nach dieser Methode wird der Kondensatorkreis auch genau in der Form verwendet, wie er als Erreger für einen Teslatransformator oder bei der drahtlosen Telegraphie verwendet wird, und es steht nichts im Wege, mit den be-

1) Die Angabe eines Funkenwiderstandes ohne gleichzeitige Angabe von Kapazität  $C$  und Selbstinduktion  $L$  ist daher ohne Bedeutung.

2) K. Simons, Ann. d. Phys. 13. p. 1044. 1904.

3) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 120. 1895.

nutzten Meßverfahren bei jedem praktisch ausgeführten Tesla-  
transformator oder Erreger bei drahtloser Telegraphie die  
Dämpfung des Erregers zu messen, nur ist bei sehr großen  
Wellenlängen  $\lambda$  die Konstruktion des Meßapparates etwas  
anders zu wählen, als bei kleineren Wellenlängen.

Die Aufnahme einer Resonanzkurve besteht darin, daß  
der Kondensatorkreis, dessen  $\gamma$  gemessen werden soll, induktiv  
erregt (mit schwacher magnetischer Koppelung) einen zweiten  
(sekundären) Kondensatorkreis, bei dem man seine Eigenperiode  
meßbar verändern kann und in dem man den Integraleffekt der  
vom primären Kondensatorkreise induzierten elektrischen Schwin-  
gungen quantitativ messen kann. Die graphische Darstellung  
der Abhängigkeit der Stärke dieser Erregung von der Eigen-  
periode des Sekundärkreises wird als *Resonanzkurve* bezeichnet.  
Aus dieser Resonanzkurve erhält man die Summe der beiden  
logarithmischen Dekremente  $\gamma_1 + \gamma_2$  des Primär- und des  
Sekundärkreises, und zwar nach Bjerknes (l. c.) durch ein  
geometrisches, nach mir<sup>1)</sup> durch ein analytisches Verfahren.  
Um nun  $\gamma_1$  allein zu bestimmen, kann man nach Bjerknes  
und nach meiner zitierten Arbeit mehrere Verfahren einschlagen.  
Dieselben beziehen sich auf die Fälle, in denen man weder  $\gamma_1$   
noch  $\gamma_2$  von vornherein berechnen kann. Bei den hier an-  
gestellten Versuchen kann man aber das Dekrement  $\gamma_2$  ein-  
fach nach der Formel (1) aus dem  $w$ ,  $C$  und  $L$  des Sekundär-  
kreises berechnen. Dies Verfahren ist beim Sekundärkreis  
anwendbar, da er keine Funkenstrecke zu enthalten braucht  
und keine Hertz'sche Strahlung. Letztere Bedingung ist er-  
füllt, wenn  $\lambda$  groß gegen die Länge des Schließungskreises und  
der Plattenabstand klein gegen die Querdimensionen des Kon-  
densators ist. Außerdem muß das Dielektrikum der Kapa-  
zität  $C$  im Meßkreis (Sekundärkreis) frei von dielektrischer  
Hysteresis sein, was z. B. bei Luft- oder Petroleumfüllung als  
erreicht anzusehen ist.

Den Sekundärkreis (vgl. Fig. 1) wähle ich in der Form,  
wie ich ihn schon früher<sup>2)</sup> zur Periodenmessung angewendet  
und beschrieben habe, d. h. als schmales Rechteck varia-

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 525. 1904.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 611. 1902.

beler Länge ( $a = 50$  cm bis 150 cm), dessen eine Schmalseite ( $b = 3$  cm lang) einen Plattenkondensator  $C_2$  enthält. Zu dem Zweck sind in die Längsseiten  $a$  des Rechtecks dicht am Ende  $e e$  zwei Löcher (1 mm weit) gebohrt, in welche zwei kurze gerade Drähte passen, welche den Kondensator  $C_2$  tragen.  $C_2$  kann also bequem ausgewechselt werden.<sup>1)</sup> Die andere Schmalseite  $b$  des Rechtecks enthält ein Thermoelement  $T$  aus 0,05 mm feinem,  $\frac{1}{2}$ —1 cm langen<sup>2)</sup> Kupfer- (oder Eisen-) bez. Konstantandraht (thermoelektrisches Kreuz, in Fig. 2 besonders abgebildet). Die Enden des thermoelektrischen Kreuzes führten zu einem (nur mäßig empfindlichen) d'Arsonvalgalvano-

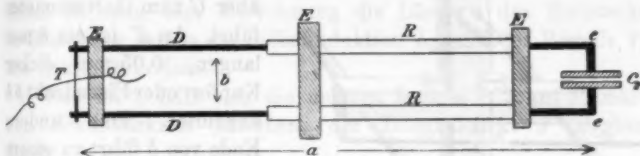


Fig. 1.

meter von 150 Ohm innerem Widerstand. Bei 1,5 m Skalenabstand entsprach 1 mm Ausschlag 23 Mikrovolt. Um die Länge  $a$  des Rechtecks und damit seine Eigenperiode stetig verändern zu können, bestehen die Längsseiten teilweise aus 4 mm dicken, 50 cm langen Messingröhrchen  $R R$ , in die sich 3 mm dicke Kupferdrähte  $D D$  einschieben<sup>3)</sup>, die an ihrem einen Ende durch das Thermoelement  $T$  verbunden sind. Durch drei Ebonitstücke  $E E E$  (Fig. 1) wird die Sekundärleitung befestigt. An dem bei  $T$  befindlichen Ebonitstück  $E$  befindet sich ein Index, der über einen Maßstab laufend die Länge  $a$  anzeigt.

1) Die beiden Metallplatten von  $C_2$  waren durch drei kleine, meist 1 mm dicke Ebonitplättchen, durch die Ebonitschrauben mit Gegenmuttern gesteckt waren, auf konstantem Abstand voneinander gehalten und starr miteinander befestigt.

2) Größere Längen zu wählen, ist unpraktisch. Die Empfindlichkeit des Thermoelementes wird allerdings bei größeren Längen  $l$  erhöht, das Element wird dann aber träger, d. h. erreicht den stationären Zustand langsamer. Außerdem wird sonst eventuell  $\gamma_2$  zu groß.

3) Die Röhren  $R R$  sind an dem Ende, in welches die Drähte  $D D$  eingesteckt werden, geschlitzt, so daß sie einen gut federnden Kontakt mit  $D D$  haben.

Das Thermoelement ist in Fig. 2 in natürlicher Größe abgebildet. In den Horizontalbalken des Ebonitkreuzes  $E$  sind die beiden 3 mm dicken Drähte  $DD$  der Sekundärleitung fest eingesteckt. An diesen sind zwei 1 mm starke Kupferdrähte  $dd'$  angelötet (oder angeschraubt). Die Enden dieser Kupferdrähte haben nur eine Distanz von 6 mm voneinander. An  $d$  ist nun ein 8 mm langer, 0,05 mm dicker Konstantandraht  $aa$  angelötet. Das andere Ende dieses Drahtes  $a$  ist an einen 1 mm

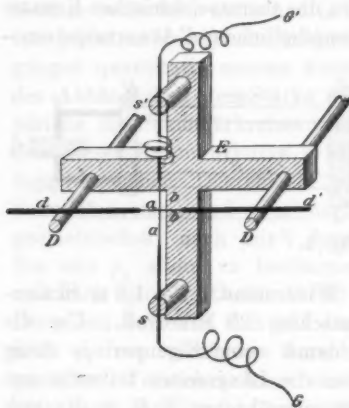


Fig. 2.

dicken Kupferdraht angelötet, der an der Ebonitstütze  $s$  befestigt ist, und über  $G$  zum Galvanometer führt. An  $d'$  ist ein 8 mm langer, 0,05 mm dicker Kupfer- oder Eisendraht  $bb$  angelötet. Das andere Ende von  $b$  führt zu einem an der Ebonitstütze  $s'$  befestigten, 1 mm dicken Kupferdraht, der über  $G$  zum Galvanometer führt. Dieser Kupferdraht enthält unterhalb  $s'$  einige Spiralwindungen, damit die beiden, einmal um-

einander gekreuzten (verschlungenen) Drähte  $ab$  an ihrer Kreuzungsstelle federnd gegeneinander gepreßt werden. Zur Sicherung des Kontaktes an der Kreuzungsstelle sind  $a$  und  $b$  dort noch mit einem kleinen Tröpfchen Weichlot verbunden.<sup>1)</sup>

An Stelle der bisher beschriebenen Konstruktion, bei der sich das Thermoelement genau am Ende der ganzen Sekundärleitung befindet, kann man auch zur Vereinfachung das thermoelektrische Kreuz als verschiebbliche Brücke über den Drähten  $DD$  der Sekundärleitung gleiten lassen. Die Röhren  $RR$  fallen dann fort. Zur Sicherung des Kontaktes der Drähte  $dd'$  mit den Drähten  $DD$  kann man dann unten an das thermoelektrische Kreuz ein beschwerendes Gewicht anhängen. Indes ist

1) Bei Eichung mit Gleichstrom ist diese Verlötung besonders wichtig.



dieser Kontakt nicht so gut als der federnde Kontakt der Röhrrchen  $R$ ,  $R$  an den Drähten  $D$ ,  $D$ . Letzterer gibt daher exaktere Resultate, und ich habe ihn bei den mitgeteilten Messungen (abgesehen von zwei bezeichneten Ausnahmen) ausschließlich angewendet.

Durch Eichung kann man die Ausschläge des Galvanometers in Beziehung setzen zum Integraleffekt

$$J = \int_0^{\infty} i_2^2 dt$$

im Sekundärkreis ( $i_2$  Stromstärke in ihm), ferner kann man durch Eichung oder Berechnung die Länge  $a$  des Rechtecks in Beziehung setzen zur Selbstinduktion  $L_2$  oder der Periode  $T_2$  des Sekundärkreises.

Nun ist<sup>1)</sup>, falls sich die unteren Indizes 1, 2 auf Primärbez. Sekundärkreis beziehen, der Integraleffekt  $J$  gegeben durch:

$$(4) \quad J = \frac{p}{1 + 4\pi^2 \left( \frac{T_2 - T_1}{\gamma_1 T_2 + \gamma_2 T_1} \right)^2},$$

wobei  $p$  ein von der magnetischen Koppelung zwischen 1 und 2, sowie von den Kapazitäten, Selbstinduktionen und Dämpfungen abhängiger Faktor ist, der aber die Differenz  $T_2 - T_1$  nicht enthält. Setzt man nun

$$(5) \quad T_2 = T_1 (1 + \zeta),$$

wobei  $\zeta$  klein gegen 1 sein soll, so kann man setzen  $p = p_0 (1 + a\zeta)$ , wobei  $p_0$  den Wert von  $p$  für  $\zeta = 0$  bedeutet, während  $a$  ein aus meiner zitierten Arbeit zu berechnender Koeffizient ist, auf den es hier genauer nicht ankommt; nur ist wichtig, daß  $a$  die Dekremente  $\gamma_1, \gamma_2$  nicht im Nenner enthält, d. h. daß  $a$  nicht sehr groß wird, wenn  $\gamma$  sehr klein ist. Nach (4) und (5) wird daher:

$$J = \frac{p_0 (1 + a\zeta)}{1 + \left( \frac{2\pi\zeta}{\gamma_1(1+\zeta) + \gamma_2} \right)^2},$$

d. h.

$$(6) \quad \frac{1}{J} = \frac{1 + \left( \frac{2\pi\zeta}{\gamma_1(1+\zeta) + \gamma_2} \right)^2}{p_0 (1 + a\zeta)} = \frac{1}{p_0} \left\{ 1 - a\zeta + \left( \frac{2\pi}{\gamma_1 + \gamma_2} \right)^2 \zeta^2 \right\},$$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 532 Formel (84). 1904.

wenn man nach Potenzen von  $\zeta$  entwickelt und Glieder von der dritten Ordnung  $\zeta^3$  an fortläßt. Da  $a$  klein neben  $(2\pi:\gamma_1+\gamma_2)^2$  ist, so ist in (6) das Glied  $(a\zeta)^3$  fortgelassen. Nach (6) erreicht  $J$  ein Maximum  $J_m$  bei

$$\zeta = \zeta_m = \frac{a}{2} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\pi} \right)^2$$

und für  $J_m$  gilt die Gleichung:

$$\frac{1}{J_m} = \frac{1}{p_0} \left( 1 - \frac{a^2}{4} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\pi} \right)^2 \right).$$

Setzt man  $\zeta = \zeta_m + \eta$ ,  $T_2 = T_m(1 + \eta)$ , wobei  $T_m$  die Periode des Sekundärkreises bedeutet, für die  $J$  ein Maximum erreicht (Resonanzperiode),  $\eta$  also die prozentische Abweichung der Periode  $T_2$  von dieser Resonanzperiode, so ergibt (6)

$$\frac{1}{J} = \frac{1}{p_0} \left\{ 1 - \frac{a^2}{4} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\pi} \right)^2 + \left( \frac{2\pi}{\gamma_1 + \gamma_2} \right)^2 \eta^2 \right\},$$

daher

$$\frac{\frac{1}{J} - \frac{1}{J_m}}{\frac{1}{J_m}} = \frac{J_m - J}{J} = \left( \frac{2\pi}{\gamma_1 + \gamma_2} \right)^2 \eta^2,$$

wenn

$$\frac{a^2}{4} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\pi} \right)^2$$

klein neben 1 ist, was bei guter Resonanz stets erfüllt sein muß. Wir gewinnen daher zur experimentellen Bestimmung von  $\gamma_1 + \gamma_2$  aus der Resonanzkurve, d. h. aus beobachteten  $J$  und  $\eta$ , die Gleichung:

$$(7) \quad \gamma_1 + \gamma_2 = 2\pi\eta \sqrt{\frac{J}{J_m - J}}. ^1)$$

Wenn man die Veränderung von  $T_2$  durch Veränderung  $\delta a$  der Länge  $a$  der Rechteckseite bewirkt, so ist bei genügend

1) In meiner zitierten Arbeit (Ann. d. Phys. 13. p. 527. 1904) tritt  $J_m : J_m - J$  auf, während hier  $J : J_m - J$  sich ergeben hat. Der Unterschied zwischen beiden Formeln fällt fort, wenn  $J$  in der Nähe von  $J_m$  liegt, man kann dann  $(2\pi\zeta:\gamma_1+\gamma_2)^2$  als klein neben 1 ansehen, und das wurde in meiner früheren zitierten Arbeit vorausgesetzt. Man erhält aber genauere Resultate, wenn die Resonanzkurve nicht nur in unmittelbarer Nähe ihres Maximums benutzt wird, sondern wenn  $\eta$  größer ist, z. B. 3 Proz. = 0,03. Dann ist z. B. für  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,1$  der Wert  $2\pi\eta:\gamma_1 + \gamma_2 = 1,9$ , d. h. er ist nicht mehr klein gegen 1, und daher gilt dann die hier abgeleitete strengere Formel (7). Der Term  $a\zeta$  in Formel (6) ist trotzdem klein gegen 1, auch wenn  $J$  nicht in unmittelbarer Nähe des Resonanzmaximums beobachtet wird, da  $a$  kein großer Faktor ist, weil  $\eta$  bei  $a$  nicht im Nenner auftritt.

langen und schmalen Rechtecken die Selbstinduktion  $L_2$  der Sekundärleitung proportional zur Seitenlänge  $a$ . Daher gilt dann (vgl. Formel (2)):

$$\frac{T_2}{T_m} = 1 + \eta = \sqrt{\frac{a_m \pm \delta a}{a_m}} = 1 \pm \frac{1}{2} \frac{\delta a}{a_m},$$

wobei  $a_m$  die Rechteckslänge bezeichnet, bei der stärkste Wirkung in der Sekundärleitung erzeugt wird (Resonanzlänge).

Daher nimmt dann (7) die bequeme Gestalt an:

$$(7) \quad \gamma_1 + \gamma_2 = \pi \frac{\delta a}{a_m} \sqrt{\frac{J}{J_m - J}}.$$

Daß sich  $L_2$  innerhalb der benutzten Grenzen von  $a_m$  (60 cm bis 130 cm) proportional zu  $a$  änderte, habe ich durch besondere Versuche kontrolliert. Dazu wurde die Sekundärleitung auf ein bestimmtes  $a_1$  eingestellt und derjenige Plattenabstand des mikrometrisch verstellbaren Erregerkondensators  $C_1$  aufgesucht, bei dem das Thermoelement in der Sekundärleitung die stärkste Erwärmung zeigte. Dann wurde die Sekundärleitung durch eine (auch in Ann. d. Phys. 9. p. 611. 1902 von mir angewandte) exakte Rechtecksleitung von überall gleich dicken Drähten mit Kondensator und mit verschieblichem Metallbügel ersetzt, und der Bügel auf das Maximum des Leuchtens einer an den Kondensator angelegten Warburgschen<sup>1)</sup> Vakuumröhre eingestellt. Bei dieser Leitung ist die Selbstinduktion  $L_2$  aus dem Abstand  $a_2$  des Bügels vom Ende der Leitung (an welchem der Kondensator angelegt ist) exakt zu berechnen, und bei den benutzten Dimensionen einfach proportional zu  $a_2$ . Nun ergab sich, daß bei Veränderungen des  $a_1$  von 17 Proz.  $a_1$  proportional zu  $a_2$  war innerhalb von 2 Proz. Fehler. Da nun  $\delta a : a_m$  wesentlich kleiner als 17 Proz. war, so kann man jedenfalls innerhalb 1 Proz. Fehler  $\eta$  durch  $\frac{1}{2} \delta a : a_m$  ersetzen, d. h. Formel (7) zur Bestimmung von  $\gamma_1 + \gamma_2$  benutzen.

Ebenfalls ergab sich, daß innerhalb 1 Proz. Fehler der Galvanometeraussschlag proportional dem Integraleffekt  $J$  in der Sekundärleitung war. Die Messung wurde so vor-

1) So will ich die Vakuumröhren bezeichnen, welche nach der Warburgschen elektrolytischen Methode eingeführtes Natrium enthalten, aber nur eine Elektrode, während die Zehnderschen Röhren noch mehrere eingeschmolzene Elektroden enthalten, die zu dem von Zehnder beschriebenen Demonstrationen der Hertzischen Versuche dienen.

genommen, daß ein gemessener Strom  $i$  durch das Thermoelement gesandt wurde und der Ausschlag  $s$  im Galvanometer beobachtet wurde, und zwar wurde  $i$  dieselbe Zeit ( $3\frac{1}{2}$  sec) lang geschlossen, wie bei den eigentlichen Messungen der Erregerfunken. Das Galvanometer stellte sich nämlich nicht aperiodisch ein, sondern kehrte nach  $3\frac{1}{2}$  sec um. Bei der Umkehr wurde der Strom wieder unterbrochen. Sodann wurde dieselbe Beobachtung bei kommutiertem Strom  $i$  gemacht. Der dabei beobachtete Galvanometerausschlag  $s'$  war nicht genau gleich  $s$ , weil trotz der Verlötung des thermoelektrischen Kreuzes die Lötstelle einen bei der Empfindlichkeit des Galvanometers merklich endlichen Widerstand im Vergleich zu dem Galvanometerwiderstande (150 Ohm) besaß. Der Wert  $(s+s') : 2$  entspricht dem rein durch die Erwärmung des Thermoelementes hervorgebrachten Galvanometerausschlage. Dieser ergab sich also proportional zu  $i^2$ , und zwar nicht nur für 3,5 sec Schließungsdauer von  $i$ , sondern auch für längere Schließungsdauer (z. B. für 30 sec und 60 sec). Für längere Schließungsdauer ging die Erwärmung des (in Watte gehüllten) Thermoelementes beständig in die Höhe, aber nur langsam. Z. B. hatten bei  $i = 0,4$  Amp. die Ausschläge folgende Werte für wechselnde Schließungsdauer  $t$ :

| Schließungsdauer $t$ | $s$     | $s'$    |
|----------------------|---------|---------|
| 3,5 sec              | 25,4 cm | 24,0 cm |
| 30,0 „               | 28,1 „  | 27,6 „  |
| 60,0 „               | 29,2 „  | 28,3 „  |

Die magnetische Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis wurde meist etwa so stark gewählt, daß der Resonanzausschlag  $s_m$  etwa 7–10 cm betrug, was einer effektiven Stromstärke  $i_2 = 0,23$  Amp. etwa entsprach. Trotz dieses verhältnismäßig starken induzierten Sekundärstromes war die magnetische Koppelung zwischen beiden Kreisen sehr klein, so daß die Gestalt der Resonanzkurve, welche ja bei stärkerer magnetischer Koppelung zwischen beiden Kreisen weniger steil wird (vgl. p. 540 meiner zitierten Arbeit Ann. d. Phys. 13. 1904), durch die magnetische Koppelung durchaus nicht beeinflußt wurde. Dies wurde dadurch bewiesen, daß sich  $\gamma_1 + \gamma_2$  unabhängig

von der Stärke der Koppelung, d. h. von der Größe des Maximalausschlages  $s_m$  ergab. Die unten angeführten Beobachtungsreihen belegen dies zahlenmäßig. Man mußte aber darauf achten, die Koppelung nicht so stark zu wählen, daß Funken zwischen den Platten des Sekundärkondensators übersprangen, weil dadurch die Resonanzkurve sofort wesentlich flacher wurde.<sup>1)</sup>

## 2. Einige Resonanzkurven als Beispiele.

Um die Brauchbarkeit des Verfahrens und der Formeln (7) bez. (7') zu zeigen, sollen als Beispiele einige beobachtete Resonanzkurven ausführlicher angegeben werden.

1. *Beispiel.* Die Kapazität  $C_1$  des Primärkreises bestand aus einer Leydener Flasche von der Kapazität  $C_1 = 1040 \text{ cm.}^2$ ) Die Selbstinduktion  $L_1$  des Primärkreises bestand aus einem aus 3 mm dickem Kupferdraht bestehenden Kreise von 12,5 cm Durchmesser. Nach der Formel  $L_1 = 4\pi r \cdot [n(8r/\rho) - 2]$ , wobei  $r$  Kreisradius,  $\rho$  halbe Drahtdicke bedeutet, berechnet sich  $L_1 = 297 \text{ cm.}$  Diese Drahtleitung  $L_1$  bestand aus zwei Halbkreisen, an deren einem Ende 3 mm lange, 4 mm dicke zugespitzte Zinkstücke angelötet waren. In die Zinkstücke waren 1 mm große Löcher gebohrt, in welche die Sekundärdrähte eines größeren Induktors<sup>3)</sup> gesteckt wurden, der mit 12 Volt bei 1 Ohm Vorschaltwiderstand gespeist wurde. Der Induktor wurde mit Quecksilberturbinenunterbrecher betrieben. Die Distanz der Zinkenden (Größe  $f$  der Funkenstrecke) betrug 1 mm. Da die in die Zinkstücke gesteckten Drahtenden an einer mikrometrisch verstellbaren Ebonitzgabel befestigt waren, so konnte die Größe von  $f$  bequem variiert werden. An dem anderen Ende der beiden Halbkreise der Drahtleitung waren senkrecht zum Draht zwei dünne, etwa  $1 \text{ cm}^2$  große Kupferplättchen angelötet, welche durch eine Ebonitschraube gegen die Stanniolbelegungen der Leydener Flasche gepreßt wurden.

1) So vergrößert sich in dem unten p. 724 angegebenen vierten Beispiel  $\gamma_1 + \gamma_2$  von 0,076 auf 0,095 durch Funken in  $C_2$ .

2) Sie wurde dadurch gemessen, daß die Resonanz des Primärkreises mit einer Meßleitung von bekannter Selbstinduktion und Kapazität bestimmt wurde. Es ergibt sich für die Dielektrizitätskonstante des Glases der Leydener Flasche etwa der Wert  $\epsilon = 7$ .

3) Induktor Nr. III (vgl. unten p. 726).

Die Kapazität  $C_2$  des Sekundärkreises bestand aus zwei Aluminiumkreisscheiben von annähernd 1 mm Abstand und 20 cm Durchmesser. Es war  $C_2 = 239$  cm. Die Selbstinduktion  $L_2$  bestand aus der oben p. 713 beschriebenen Rechtecksleitung mit Thermoelement. Der Widerstand des Thermoelementes (und daher auch der ganzen Sekundärleitung) betrug <sup>1)</sup>  $w_2 = 0,37$  Ohm. Die Beobachtungen begannen mit der Seitenlänge  $a = 95$  cm des Rechtecks der Sekundärleitung. Der Primärstrom des Induktoriums wurde geöffnet, sobald das Galvanometer die erste Umkehr zeigte (Stromschlußdauer  $3\frac{1}{2}$  Sek.). Ich habe hier absichtlich nur eine Beobachtung gemacht, um zu zeigen, daß schon dadurch zuverlässige Resultate für  $\gamma_1 + \gamma_2$  erhalten werden. — Sodann wurde eine Beobachtung mit  $a = 96$  cm gemacht. So ging's fort bis zu  $a = 113$  cm. Dann wieder rückwärts bis zu  $a = 95$  cm. Folgende Tabelle enthält die Resultate.

$$\begin{aligned} C_1 &= 1040 \text{ cm (Leydener Flasche),} \\ L_1 &= 297 \text{ cm, } \lambda_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C_1} = 35 \text{ m,} \\ C_2 &= 239 \text{ cm, } w_2 = 0,37 \text{ Ohm,} \\ f \text{ (Funkenlänge)} &= 1 \text{ mm.} \end{aligned}$$

| a     | s       |         | s Mittel |
|-------|---------|---------|----------|
|       | hin     | zurück  |          |
| 95 cm | 1,35 cm | 1,30 cm | 1,32 cm  |
| 96    | 1,7     | 1,6     | 1,65     |
| 97    | 2,2     | 2,05    | 2,12     |
| 98    | 2,8     | 2,7     | 2,75     |
| 99    | 3,45    | 3,35    | 3,40     |
| 100   | 4,1     | 4,1     | 4,10     |
| 101   | 4,7     | 4,75    | 4,72     |
| 102   | 5,1     | 5,25    | 5,17     |
| 103   | 5,5     | 5,7     | 5,60     |
| 104   | 5,55    | 5,7     | 5,62     |
| 105   | 5,8     | 5,45    | 5,37     |
| 106   | 5,0     | 5,05    | 5,02     |
| 107   | 4,5     | 4,5     | 4,50     |
| 108   | 3,7     | 3,7     | 3,70     |
| 109   | 3,2     | 3,15    | 3,17     |
| 110   | 2,6     | 2,55    | 2,57     |
| 111   | 2,1     | 2,05    | 2,07     |
| 112   | 1,65    | 1,60    | 1,62     |
| 113   | 1,35    | 1,25    | 1,30     |

1) Im Laufe der Versuche wächst  $w_2$  allmählich durch den Gebrauch des Thermoelementes; z. B. war anfänglich  $w_2 = 0,34$  Ohm, nach zahlreichen Versuchen  $w_2 = 0,39$  Ohm.

Fig. 3 enthält die graphische Darstellung dieser Resonanzkurve. Man erkennt einen gut regelmäßigen Verlauf, der in bezug auf  $a_m = 103,6$  cm etwa symmetrisch ist. Nun ist zu berücksichtigen, daß das Dekrement  $\gamma_2$  im Sekundärkreis streng genommen bei der Beobachtung nicht konstant ist, sondern nach Formel (1) mit wachsendem  $a$ , d. h. wachsen-

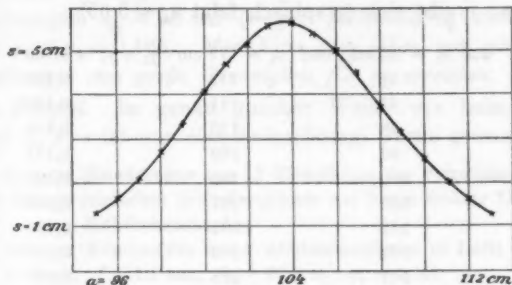


Fig. 3.

dem  $L$  etwas abnehmen muß. Für  $a = a_m$  findet Resonanz zwischen Primär- und Sekundärkreis statt, daher ist in Formel (2)  $\lambda = 3500$  cm zu setzen und es berechnet sich nach (2)

$$\gamma_2 = \frac{2\pi^2 \cdot 0,37 \cdot 10^9}{8 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{239}{3500} = 0,0166.$$

Da für  $a = 95$  cm  $L_2$  um 10 Proz. kleiner als für  $a = a_m = 104$  cm ist, so müßte nach (1) für  $a = 95$  cm  $\gamma_2$  um 5 Proz. größer als 0,0166 sein, d. h. etwa  $\gamma_2 = 0,0174$ . Ebenso müßte für  $a = 113$  cm  $\gamma_2$  um 5 Proz. kleiner als 0,0166 sein, d. h.  $\gamma_2 = 0,0157$ . Diese geringen Variationen von  $\gamma_2$  innerhalb der Resonanzkurve spielen nun keine Rolle, da  $\gamma_1$  meist mindestens von der Größe 0,07 ist. Außerdem fallen diese Variationen von  $\gamma_2$  innerhalb der Resonanzkurve vollkommen außer Betracht, wenn wir aus je zwei symmetrisch zu  $a_m$  liegenden Beobachtungen von  $s$  das Mittel nehmen. Es kommt dabei auch auf genaue Kenntnis des  $a_m$  gar nicht an, wir brauchen nur zwei annähernd gleiche Beobachtungen  $s_1, s_2$  bei zwei verschiedenen  $a_1$  und  $a_2$  zu einem Mittel zu vereinigen. Wir können dann Formel (7) anwenden, wobei zu setzen ist:

$$\delta a = \frac{a_1 - a_2}{2}, \quad a_m = \frac{a_1 + a_2}{2},$$



außerdem können wir an Stelle des Integraleffektes  $J$  direkt die Ausschläge  $s$  setzen, da  $J$  proportional zu  $s$  war. Daher gewinnen wir an Stelle von (7):

$$(7'') \quad \gamma_1 + \gamma_2 = \pi \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \sqrt{\frac{(s_1 + s_2) : 2}{s_m - (s_1 + s_2) : 2}}.$$

Benutzen wir in dieser Weise die beobachtete Resonanzkurve, so ergibt sich (graphisch folgt  $s_m = 5,65$ )

|  |     |       |
|--|-----|-------|
| aus $a_1 = 95$ cm und $a_2 = 113$ cm : $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,150$ |     |       |
| 96   | 112 | 0,154 |
| 97   | 111 | 0,162 |
| 98   | 110 | 0,171 |
| 99   | 109 | 0,175 |
| 100  | 108 | 0,181 |
| 100  | 107 | 0,189 |
| 101  | 107 | 0,193 |
| 102  | 106 | 0,183 |
| 102  | 105 | 0,168 |

Abgesehen von den beiden ersten Kombinationen, für die  $\delta a : a_m$  zu groß, nämlich 9 : 104 bez. 8 : 104 ist, ergibt sich also  $\gamma_1 + \gamma_2$  aus den verschiedenen Punkten der Resonanzkurve sehr gut konstant, im Mittel zu  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,178$ , d. h. da  $\gamma_2 = 0,017$  ist so folgt  $\gamma_1 = 0,161$ .

Wenn man durch wenige Beobachtungen  $\gamma_1$  erhalten will, so empfiehlt sich zur Erreichung größter Genauigkeit die Kombination zweier möglichst gleicher  $s_1$  und  $s_2$ , welche etwa halb so groß als das Maximum  $s_m$  ist, so daß dann nach (7'')  $\gamma_1 + \gamma_2$  annähernd gleich  $\pi(a_1 - a_2 / a_1 + a_2)$  ist. In der beobachteten Resonanzkurve würden dies die bei  $a_1 = 98$  und  $a_2 = 109$  oder  $a_2 = 110$  gemachten Beobachtungen sein. Aus  $a_1 = 98$  und  $a_2 = 109$  ergibt sich  $(s_1 + s_2) : 2 = 2,96$ , daher

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{11}{207} \sqrt{\frac{2,96}{2,69}} = 0,176,$$

aus  $a_1 = 98$  und  $a_2 = 110$  folgt  $(s_1 + s_2) : 2 = 2,66$ , daher

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{12}{208} \sqrt{\frac{2,66}{2,99}} = 0,171.$$

Man kann also schon durch wenige (6) Beobachtungen, die innerhalb 5—10 Min. ausgeführt werden können,  $\gamma_1$  mit mindestens 4 Proz. Genauigkeit bestimmen. Durch Häufung der Beob-

achtungen bei konstantem  $a$ , die schnell hintereinander vorgenommen werden können, wird  $\gamma_1$  natürlich noch genauer bestimmt. — Nach 20 Stunden Ruhe ergab dieselbe Anordnung  $a_m = 104$  cm,  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,166$  (aus nur drei Beobachtungen genommen, nämlich je eine Beobachtung bei  $a_1 = 99$  cm,  $a_2 = 109$  cm,  $a_m = 104$  cm). — Mit etwas (aber wenig) größerem Kondensator  $C_2$  aufgenommen ergab sich aus im ganzen fünf Beobachtungen  $a_m = 96$  cm (wegen größerem  $C_2$  kleiner als vorhin)  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,165$ . Man kann also schon mit sehr wenig Beobachtungen eine große Genauigkeit für  $\gamma_1$  erreichen.

2. Beispiel. In genau gleicher Weise wie beim ersten Beispiel (d. h.  $s$  ist nur eine Beobachtung) wurde gewonnen für

$C_1 = 2500$  cm (Kondensator aus 17 Zinkplatten, im Petroleumbad),

$L_1 = 380$  cm (einfacher Schließungskreis aus 2 mm dickem Draht mit Zinkfunkenstrecke),

$C_2 = 1024$  cm (Kondensator aus 9 Aluminiumplatten in Luft),

$w_2 = 0,6$  Ohm,  $f = 1,1$  mm,  $\lambda_1 = 61,3$  m,  $\gamma_2 = 0,066$ .

Induktor Nr. III zur Funkenspeisung.

| a       | s      |        | s Mittel | $\gamma_1 + \gamma_2$   |
|---------|--------|--------|----------|-------------------------|
|         | hin    | zurück |          |                         |
| 69,5 cm | 2,5 cm | 2,1 cm | 2,3      | 0,145 0,131 0,131 0,129 |
| 71,5    | 4,0    | 3,8    | 3,9      |                         |
| 73,5    | 6,5    | 7,1    | 6,8      |                         |
| 75,5    | 13,8   | 11,4   | 12,6     |                         |
| 77,0    | 15,9   | 13,3   | 14,6     |                         |
| 78,5    | 11,5   | 12,9   | 12,2     |                         |
| 80,5    | 6,5    | 6,5    | 6,5      |                         |
| 82,5    | 3,6    | 3,4    | 3,5      |                         |
| 84,5    | 2,2    | 2,0    | 2,1      |                         |

3. Beispiel.  $s$  ist wiederum nur eine Beobachtung.

$C_1 = 196$  cm (2 Aluminiumplatten von 18 cm<sup>2</sup> Größe in Petroleumbad mit 2,7 mm Abstand),

$L_1 = 1545$  cm (Schließungskreis aus 3 mm dickem Draht von 48 cm Durchmesser mit Zinkfunkenstrecke),

$C_2 = 289$  cm,  $w_2 = 0,4$  Ohm,  $f = 1,4$  mm,  $\lambda = 34,6$  m,  $\gamma_2 = 0,017$ .

1) Die Konstruktion des Kondensators ist unten p. 750 näher beschrieben.

## Induktor Nr. I zur Funkenspeisung.

| a       | s    |        | s Mittel | $\gamma_1 + \gamma_2$ |
|---------|------|--------|----------|-----------------------|
|         | hin  | zurück |          |                       |
| 98,5 cm | 5,3  | 6,5    | 5,9      | 0,075 0,068 0,069     |
| 99,5    | 9,3  | 9,3    | 9,3      |                       |
| 100,5   | 15,2 | 14,6   | 14,9     |                       |
| 102,0   | 20,5 | 20,5   | 20,5     |                       |
| 103,5   | 15,0 | 14,6   | 14,8     |                       |
| 104,5   | 8,0  | 9,2    | 8,6      |                       |
| 105,5   | 5,6  | 6,2    | 6,9      |                       |

4. Beispiel.  $s$  ist das Mittel aus zwei Beobachtungen.

$C_1 = 260$  cm (2 Aluminiumplatten in Petroleumbad),

$L_1 = 297$  cm (vgl. 1. Beispiel),  $\lambda_1 = 17,5$  m,

$C_2 = 64,0$  cm,  $w_2 = 0,34$  Ohm,  $f = 0,5$  mm etwa,  $\gamma_2 = 0,008$ .

## Induktor Nr. I zur Funkenspeisung.

| a       | s    |        | s Mittel | $\gamma_1 + \gamma_2$   |
|---------|------|--------|----------|-------------------------|
|         | hin  | zurück |          |                         |
| 91,5 cm | 1,6  | 1,25   | 1,42     | 0,094 0,084 0,087 0,076 |
| 92,5    | 2,7  | 2,1    | 2,4      |                         |
| 93,5    | 3,9  | 3,25   | 3,57     |                         |
| 94,5    | 4,9  | 4,25   | 4,57     |                         |
| 95,0    | 5,25 | 5,45   | 5,35     |                         |
| 95,5    | 4,95 | 4,6    | 4,77     |                         |
| 96,5    | 5,3  | 4,6    | 4,95     |                         |
| 97,5    | 3,8  | 2,3    | 3,05     |                         |
| 98,5    | 2,85 | 1,75   | 2,30     |                         |
| 99,5    | 1,4  | 1,1    | 1,25     |                         |

Bei dem 3. und 4. Beispiel ist die Kleinheit der Dekremente sehr bemerkenswert. In unmittelbarer Nähe des Maximums ( $\delta a/a_m \cong 0,015$ ) ergibt sich  $\gamma_1 + \gamma_2$  meist etwas größer als der Mittelwert, indes können die Resultate hier nicht so genau sein, als wenn  $\delta a/a_m$  so gewählt wird, daß  $s$  etwa gleich  $\frac{1}{2} s_m$  ist.

### 3. Abhängigkeit der Dämpfung, des Integraleffektes und des Funkenpotentials von der Größe der Funkenstrecke und der Funkenspeisung.

Wenn die Schwingungsdauern des Primär- und Sekundärkreises übereinstimmen (was bei nicht zu großer Dämpfung sehr nahezu der Resonanz entspricht, d. h. stärkstem Ansprechen des Sekundärkreises), so gilt<sup>1)</sup> für die am Thermoelement durch einmaligen Oszillationsablauf<sup>2)</sup> entwickelte Joulesche Wärme:

$$(8) \quad W_m = w_s J_m = \frac{\pi^2}{2} F^2 C_1 \frac{L_{21}^2}{L_1 L_2} \cdot \frac{1}{\gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}.$$

Hierin bezeichnet  $F$  die Anfangspotentialdifferenz mit der die Funken einsetzen (wir wollen  $F$  kurz *Funkenpotential* nennen), es ist also  $\frac{1}{2} C_1 F^2$  die beim Beginn der elektrischen Schwingungen vorhandene elektrische Energie ( $C_1$  muß nach elektromagnetischem Maße ausgedrückt werden, wenn  $F$  elektromagnetisch definiert wird).  $L_{21}$  bezeichnet den Koeffizient der gegenseitigen Induktion zwischen Primär- und Sekundärkreis.  $L_{21}^2 : L_1 L_2 = k^2$  nennt man kurz „*magnetische Koppelung*“ zwischen beiden Leitungen.

Wenn man bei verschiedenen *Funkengrößen*  $f$  in der beschriebenen Weise  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  bestimmt bez. berechnet hat, so gibt, falls man den am Galvanometer beobachteten Maximalausschlag mit  $s_m$  bezeichnet, nach (8) der Term  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  die relative Veränderung des Funkenpotentials  $F$  in seiner Abhängigkeit von  $f$  an, da sich experimentell  $s$  proportional zu  $J$  oder  $W$  ergab.

Da in der Resonanz ist

$$C_1 L_1 = C_2 L_2,$$

so kann man (8) umgestalten in

$$(9) \quad W_m = \frac{\pi^2}{2} F^2 C_2 \frac{L_{21}^2}{L_2^2} \cdot \frac{1}{\gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}.$$

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 532. 1904. Es wird allerdings dabei vorausgesetzt, daß das Dekrement konstant (von  $t$  unabhängig) ist, und daß die Funken nicht plötzlich abreißen nach einer gewissen Anzahl von Oszillationen.

2) Der also stattfindet, wenn der Primärstrom des Induktorkreises einmal unterbrochen wird.

Wenn also die gegenseitige Induktion  $L_{21}$  zwischen Primär- und Sekundärkreis, sowie  $C_2$  und  $L_1$  konstant bleiben, so ist  $W_m$  unabhängig von  $C_1$ . Dieses Resultat habe ich experimentell bestätigt gefunden.

Zur Funkenspeisung habe ich vier verschieden starke Induktoren verwendet.<sup>1)</sup> Zwischen Kugeln von 1,9 cm Durchmesser waren die Schlagweiten dieser Induktoren  $\lambda$  in cm ausgedrückt.

| Speisung mit | Induktor Nr. I | Induktor Nr. II | Induktor Nr. III              | Induktor Nr. IV |
|--------------|----------------|-----------------|-------------------------------|-----------------|
| $V = 4$ Volt | 0,2 cm         | —               | —                             | —               |
| 6            | 0,3            | 4,8 cm          | 1,5 cm (0,9 cm) <sup>2)</sup> | 3,4 cm          |
| 8            | 0,55           | 5,4             | 3,0 (0,9)                     | 6,0             |
| 10           | 0,55           | 9,0             | 4,0 (1,6)                     | 10,5            |
| 12           | 0,55           | 9,2             | 9,5 (3,0)                     | 16,0            |
| 18           | —              | —               | 12,5 (11,0)                   | 21,5            |

Induktor Nr. I und II wurden mit Deprezunterbrecher betrieben, Induktor Nr. III u. IV mit Quecksilber-Strahlunterbrecher. Der Induktor Nr. I war ein altes Instrument von unbekannter Firma, welcher für seine Größe (Sekundärspule Zylinder von 24 cm Länge, 12 cm Durchmesser) sehr kleine Schlagweiten gab. Für die Funkenspeisung bei nicht zu großer angehängter Kapazität  $C_1$  ergab aber gerade dieser Induktor sehr gute Resultate, d. h. kleine Werte des Dekrementes  $\gamma_1$ . Der Induktor Nr. II (modern von Max Levy in Berlin) hatte etwa dieselbe Größe wie Nr. I, der Induktor Nr. III (von Ruhmkorff in Paris, altes Instrument) war 50 cm lang und hatte 20 cm Durchmesser, Induktor Nr. IV, ein neuer Apparat von Levy, ergab 60 cm Schlagweite (Spitze-Platte) bei  $V = 48$  Volt.

Ich gehe nun über zu den einzelnen Versuchsreihen. Sämtliche Kondensatoren  $C_2$  hatten Luft als Dielektrikum.

1) In einzelnen Fällen habe ich auch einen Teslatriansformator zur Speisung verwendet, vgl. unten p. 730. Derselbe bietet aber hier keine Vorteile.

2) Die eingeklammerten Zahlen geben die Schlagweite an, wenn 1 Ohm Vorschaltwiderstand in der Speisleitung des Induktors angewandt wurde.

$$a) C_1 : L_1 = 0,875.$$

$C_1 = 260 \text{ cm}$  (zwei quadratische Aluminiumplatten von 18 cm Seitenlänge in Petroleumbad. Abstand der Platten voneinander  $d = 2,0 \text{ mm}$ ).

$L_1 = 297 \text{ cm}$  (vgl. 1. Beispiel p. 719, Enden von  $L_1$  nahe an zwei Ecken der Platten von  $C_1$  angeschraubt).

$$l_1 = 17,5 \text{ m.}$$

$C_2 = 64,0 \text{ cm}$  (zwei kreisförmige Aluminiumplatten von 10 cm Durchmesser und 1 mm Abstand voneinander).

$w_1 = 0,34 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,008$ ,  $a_m$  (Länge der Längsseite der Sekundärleitung im Resonanzfall) = 95 cm.

Speisung der Funkenstrecke  $f$  durch Induktor Nr. I.

Funken  $f$  zwischen abgerundeten, etwa 5 mm dicken Zinkstückchen.

Kürzester Abstand zwischen Primär- und Sekundärleitung 19 cm.

Tabelle I.

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$ | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ | $F: f$ |
|-----|---------|------------|-------|---|--------|
| 2   | 0,13 mm | 0,109      | 0,62  | 0,089                                       | 0,68   |
| 3   | 0,31    | 0,110      | 2,85  | 0,192                                       | 0,62   |
| 1   | 0,48    | 0,089      | 5,65  | 0,221                                       | 0,46   |
| 4   | 0,50    | 0,101      | 4,60  | 0,224                                       | 0,45   |
| 13  | 0,52    | 0,102      | 4,50  | 0,225                                       | 0,43   |
| 7   | 0,65    | 0,088      | 8,80  | 0,273                                       | 0,42   |
| 5   | 0,70    | 0,099      | 6,75  | 0,268                                       | 0,38   |
| 12  | 0,74    | 0,089      | 8,40  | 0,270                                       | 0,37   |
| 8   | 0,87    | 0,089      | 9,75  | 0,290                                       | 0,33   |
| 11  | 0,87    | 0,077      | 9,10  | 0,244                                       | 0,28   |
| 6   | 0,90    | 0,092      | 7,80  | 0,268                                       | 0,30   |
| 9   | 1,13    | 0,092      | 9,50  | 0,296                                       | 0,26   |
| 10  | 1,13    | 0,102      | 7,10  | 0,282                                       | 0,25   |

Die erste mit Nr. überschriebene Kolumne gibt die zeitliche Reihenfolge der Beobachtungen an. Man erkennt, daß es hierauf nicht wesentlich ankommt, d. h. daß die Dämpfung durch längeren Gebrauch der Zinkfunkenstrecke nicht wesentlich zunimmt. Nur wenn  $f$  sehr klein ist, scheint dies der Fall zu sein, denn als am Schluß der hier angestellten Versuche, welche etwa  $2\frac{1}{2}$  Stunde dauerten,  $f$  wiederum auf den kleinen Betrag  $f = 0,13 \text{ mm}$  eingestellt wurde, ergab sich  $\gamma_1 = 0,15$ ,  $s_m = 0,88$ ,  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} = 0,145$ . Es war also  $\gamma_1$  wesentlich größer geworden als im Anfang (Nr. 2) der Versuche ( $\gamma_1 = 0,109$ ).

Die Tabelle lehrt, daß das Dekrement  $\gamma_1$  innerhalb gewisser Grenzen ( $f = 0,5$  mm bis  $f = 1$  mm) nur sehr wenig von der Funkenlänge  $f$  abhängt. Für sehr kleine  $f$  wird  $\gamma_1$  etwas größer, besonders aber wird für große  $f$   $\gamma_1$  erheblich größer. Letzteres geht deutlich hervor aus Versuchen, die einige Tage später mit derselben Anordnung (nur mit etwas kleinerer Koppelung) wie bei Tab. I angestellt sind.

Tabelle II.

| Nr. | $f$    | $\gamma_1$ | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ | $F: f$ |
|-----|--------|------------|-------|---|--------|
| 2   | 0,7 mm | 0,096      | 5,4   | 0,233                                       | 0,33   |
| 4   | 0,7    | 0,098      | 4,9   | 0,226                                       | 0,32   |
| 1   | 2,0    | 0,192      | 2,0   | 0,276                                       | 0,14   |
| 3   | 2,0    | 0,185      | 1,9   | 0,260                                       | 0,13   |

Für eine gewisse mittlere Funkenlänge  $f$  besitzt also das Dekrement  $\gamma_1$  ein Minimum, der Resonanzintegraleffekt  $s_m$  besitzt ungefähr für diese Funkenlänge  $f$  ein Maximum, jedenfalls geht aus den Tab. I und II hervor, daß mit wachsendem  $f$  der Resonanzausschlag  $s_m$  zunächst wächst, dann wieder abnimmt. Letzteres (die Abnahme) geht auch deutlich aus folgenden Versuchen hervor:

Tabelle III.

| $f$ in mm   | 0,7 | 1,0 | 1,4 | 2,0 | 2,5 | 3,0 |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $s_m$ in cm | 5,2 | 2,7 | 2,1 | 1,8 | 1,6 | 1,5 |

Die Zahlen der fünften Kolonne der Tab. I und II sind nach der Gleichung (8) proportional zum Funkenpotential  $F$ . Nach den Versuchen, besonders der Tab. I, wächst das Funkenpotential  $F$  mit der Funkenlänge  $f$ , aber wesentlich langsamer, als proportional zu  $f^1$ , wie die Zahlen der letzten Kolonne erkennen lassen, nach denen  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}: f$  mit wachsendem  $f$  beständig abnimmt. Nun darf man allerdings nicht vergessen, daß die Größe  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  nur dann proportional zum Funkenpotential  $F$  ist, wenn die Anzahl der Primärfunken in der Zeit-

1) Dieses Resultat wird ja auch erhalten bei statischer Funkenpotentialmessung, vgl. z. B. A. Heydweiller, Hilfsbuch f. elektrische Messungen, Leipzig 1892; Tab. 13, p. 250.



einheit konstant ist. Diese Anzahl ist nicht immer gleich der Unterbrechungszahl des Induktoriums, sondern sie kann, besonders bei größeren Induktorien, größer als die Unterbrechungszahl des Induktoriums sein, wenn nämlich bei jeder Unterbrechung des Primärstromes des Induktors mehrere *Partialentladungen* oszillatorische Funken im Primärschwingungskreise entstehen lassen. Diese Partialentladungen habe ich in anderen Fällen (bei Speisung mit größerem Induktor) im rotierenden Spiegel direkt sehen können, und konnte leicht konstatieren, daß die Anzahl der Partialentladungen, die jede Primärstromunterbrechung des Induktoriums hervorruft, mit wachsender Funkengröße  $f$  *abnimmt*. Wenn dies der Fall ist, muß natürlich der Ausdruck  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  mit wachsendem  $f$  langsamer zunehmen, als dem Anwachsen des Funkenpotentials  $F$  entspricht, ja es kann sogar eintreten, daß dieser Ausdruck mit wachsendem  $f$  sofort abnimmt, obwohl  $F$  mit wachsendem  $f$  sicher zunimmt. Ich habe auf genaue Untersuchung dieser Frage, d. h. der Abhängigkeit des Funkenpotentials von der Funkenlänge, hier kein Gewicht gelegt, weil zunächst noch wichtiger ist, wie  $s_m$  und  $\gamma_1$  mit  $f$  variieren, will also nur bemerken, daß zur exakten Untersuchung dieser Frage durch Photographie des Primärfunkens im rotierenden Spiegel die Anzahl der Partialentladungen bei den verschiedenen Funkengrößen  $f$  mit beobachtet werden muß. — Ich halte bei dem hier benutzten kleinen Induktor die Existenz mehrerer Partialentladungen nicht für wahrscheinlich. Direkt mit dem Auge und mit rotierendem Spiegel habe ich sie nicht beobachten können bei dieser mit a) überschriebenen Anordnung.

Außer in genügend schnell rotierendem Spiegel kann man noch in anderer Weise auf die Existenz oder auf Fehlen von Partialentladungen schließen. Wenn bei unveränderter Funkengröße  $f$  der Primärstrom des Induktoriums durch Anlegen höherer Spannung verstärkt wird, so muß das Funkenpotential  $F$  konstant bleiben, dagegen muß der Ausdruck  $s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$  zunehmen, wenn bei höherer Speisespannung des Induktors die Zahl der Partialentladungen bei  $f$  zunimmt. — Folgende Tabelle enthält nun die Resultate, wenn beim bisher benutzten Induktor Nr. I die Speisespannung  $V$  verändert wurde; im übrigen ist die Anordnung die bisherige.

Tabelle IV.

Induktor Nr. I,  $f = 0,7$  mm,  $\gamma_2 = 0,008$ .

| Nr. | $V$    | $\gamma_1$ | $s_m$ | $V s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|-----|--------|------------|-------|--|
| 3   | 4 Volt | 0,109      | 3,45  | 0,210                                  |
| 2   | 6      | 0,098      | 6,40  | 0,258                                  |
| 1   | 8      | 0,098      | 4,90  | 0,226                                  |
| 6   | 8      | 0,079      | 8,50  | 0,240                                  |
| 4   | 10     | 0,081      | 9,20  | 0,257                                  |
| 5   | 12     | 0,081      | 8,50  | 0,248                                  |

Abgesehen von der kleinsten Speisespannung  $V = 4$  Volt ist kein Anwachsen von  $s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$  mit wachsendem  $V$  zu konstatieren. Daher haben hier wahrscheinlich keine Partialentladungen stattgefunden.

Mit dem wesentlich kräftigeren, ebenfalls mit Deprezunterbrecher betriebenen Induktorium Nr. II erhielt ich mit dieser unter a) beschriebenen Anordnung folgende Resultate:

Tabelle V.

Induktor Nr. II, mit 10 Volt gespeist,  $\gamma_2 = 0,008$ .

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$ | $s_m$ | $V s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|-----|---------|------------|-------|--|
| 5   | 0,52 mm | 0,104      | 4,4   | 0,227                                  |
| 1   | 0,70    | 0,107      | 4,4   | 0,234                                  |
| 4   | 0,70    | 0,090      | 5,5   | 0,220                                  |
| 3   | 1,13    | 0,103      | 4,7   | 0,232                                  |
| 2   | 1,57    | 0,123      | 3,0   | 0,220                                  |

Hier hängt  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  überhaupt nicht merklich von der Funkenlänge  $f$  ab, daher sind bei diesem Induktor Partialentladungen vorhanden  $\gamma_1$  ist kaum größer, als bei Speisung mit Induktor Nr. I, und erreicht für eine mittlere Funkenlänge (0,7 mm) ein Minimum,  $s_m$  ein Maximum.

Bei Speisung der Funkenstrecke  $f$  mit einem Teslatransformator ergaben sich keine kleineren Werte für  $\gamma_1$ , sondern wesentlich größere. Dies ergab sich sowohl wenn die Funken/ in Luft, als auch wenn sie in Petroleum übersprangen, und zwar sowohl zwischen Zink-, als auch zwischen Kupferenden. Die bei kleinen  $\lambda$  und kleinen Kapazitäten  $C_1$  günstige Teslaspeisung

der Funkenstrecke ist also bei größeren  $\lambda$  und größeren Kapazitäten  $C_1$  nicht so günstig, als wenn man die Funken in Luft zwischen Zinkenden überschlagen läßt und direkt mit einem Induktor speist.

Um zu sehen, ob nach diesen Versuchen mit dem Induktor Nr. I wieder die früheren Resultate sich ergeben, wurde die Zinkfunkenstrecke von Petroleum gereinigt (schon eine dünne Petroleumhaut bewirkt starke Vergrößerung des Dekrementes  $\gamma$ ), und wieder der Induktor Nr. I mit  $V=8$  Volt Speisepannung angesetzt. Es ergab sich bei  $f=0,87$  mm als Mittel aus sieben Versuchen  $\gamma_1 = 0,084$ , d. h. gute Übereinstimmung mit den früheren Resultaten der Tab. I.

Bald bemerkte ich, daß die Galvanometerausschläge etwas regelmäßiger wurden, wenn man die Galvanometerleitung erst eine gewisse Zeit  $t$  nach dem Schluß des Primärstromes des Induktors schließt, und daß dann die Dämpfung  $\gamma_1$  etwas kleiner ist, als wenn  $t=0$  ist. Dies zeigt folgende Tabelle:

Tabelle VI.

Einfluß der Zeit  $t$ . Induktor Nr. I,  $V=8$  Volt.

$\gamma_2 = 0,008$ ,  $f = 0,8$  mm etwa.

| $t$   | $\gamma_1$ | $s_m$   | Bemerkungen               |
|-------|------------|---------|---------------------------|
| 4 sec | 0,078      | 27,2 cm | Koppelung kleiner gemacht |
| 4     | 0,074      | 10,0    |                           |
| 0     | 0,096      | 5,9     |                           |
| 4     | 0,076      | 8,0     |                           |

Beim ersten Versuch war die magnetische Koppelung  $k^2$  zwischen Primär- und Sekundärleitung stärker als bei den anderen Versuchen, daher ist das erste  $s_m$  größer als die folgenden  $s_m$ .  $\gamma_1$  ist für  $t=0$  also deutlich größer als für  $t=4$ . Diese Wirkung ist dadurch zu erklären, daß  $\gamma_1$  im Laufe der Zeit (durch Erwärmung der Zinkelektroden?) etwas abnimmt. Durch besondere Kontrollversuche wurde noch festgestellt, daß die gleichen Resultate erhalten wurden sowohl wenn die Galvanometerleitung  $t$  sec später als der Primärstrom geschlossen wurde, als auch wenn die Galvanometerleitung dauernd geschlossen blieb, dagegen der Kondensator  $C_2$

$t$  sec nach dem Primärstromschluß an die Sekundärleitung angelegt wurde. Letztere Anordnung ist ja an sich einwandfreier (aber experimentell nicht bequem), weil das Thermoelement in der Sekundärleitung merklich erst dann erwärmt wird, wenn der Kondensator  $C_2$  mit der Sekundärleitung verbunden ist.

Wenn  $t$  noch größer als 4 sec gewählt wurde, z. B.  $t = 10$  sec, so ergab sich keine weitere deutliche Abnahme von  $\gamma_1$ .

Im folgenden sind weitere Versuche mit der Anordnung a) erhalten, wenn  $t = 4$  sec gewählt wurde; die Koppelung  $k^3$  war größer als in Tab. I.

Tabelle VII.

Anordnung a), Induktor Nr. I mit 8 Volt gespeist,  $t = 4$  sec.

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$ | $s_m$ | $V s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|-----|---------|------------|-------|--|
| 5   | 0,26 mm | 0,171      | 1,2   | 0,193                                  |
| 4   | 0,43    | 0,109      | 6,1   | 0,281                                  |
| 3   | 0,52    | 0,098      | 10,1  | 0,326                                  |
| 2   | 0,70    | 0,073      | 28,0  | 0,408                                  |
| 1   | 0,87    | 0,072      | 34,5  | 0,450                                  |
| 6   | 0,90    | 0,080      | 24,8  | 0,420                                  |

Es wird also in der Tat ein kleineres  $\gamma_1$  erreicht als in Tab. I, bei welcher  $t = 0$  war. Bemerkenswert ist auch, daß die kleine Funkenstrecke  $f = 0,26$  durch die Funkenwärme ( $t = 4$  sec) viel größere Dämpfung,  $\gamma_1 = 0,17$ , erhalten hat.

Mit Induktor Nr. II betrieben (vgl. Tab. V auf p. 730) ergab sich jetzt, d. h. bei  $t = 4$  sec,  $\gamma_1$  etwas größer (etwa um 0,01 bis 0,02 größer) als mit Induktor Nr. I betrieben. Letzterer erzeugte daher bei derselben Koppelung  $k^3$  zwischen Primär- und Sekundärleitung etwa doppelt so starke Integralfekte  $s_m$  als der Induktor Nr. II.

Ich gehe nun zu den Versuchen mit anderen Kapazitäten  $C_1$  und anderen Verhältnissen  $C_1 : L_1$  über.

b)  $C_1 : L_1 = 0,543$ .

$C_1 = 161$  cm (zwei quadratische Aluminiumplatten von 18 cm Seitenlänge in Petroleumbad, Abstand der Platten voneinander  $d = 3,2$  mm).

$L_1 = 297 \text{ cm}$  [vgl. Anordnung a)].

$l_1 = 13,8 \text{ m}$ .

$C_2 = 64,0 \text{ cm}$  [vgl. Anordnung a)].

$w_1 = 0,34 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_1 = 0,010$ ,  $a_m = 61 \text{ cm}$ .

Speisung der Funkenstrecke  $f$  durch Induktor Nr. I, mit  $V = 8 \text{ Volt}$  betrieben.

$t = 4 \text{ sec}$ , d. h.  $\gamma_1$  beobachtet etwa 5 sec nach Beginn der Primärfunken (vgl. p. 731).

Tabelle VIII.

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$        | $s_m$ | $\sqrt{s_m} \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|-----|---------|-------------------|-------|---|
| 10  | 0,52 mm | 0,092             | 5,6   | 0,229                                       |
| 2   | 0,61    | 0,091             | 7,2   | 0,257                                       |
| 9   | 0,70    | 0,076             | 9,5   | 0,247                                       |
| 1   | 0,80    | 0,078             | 8,7   | 0,245                                       |
| 3   | 0,87    | 0,079             | 12,7  | 0,299                                       |
| 8   | 1,09    | 0,064             | 23,8  | 0,335                                       |
| 4   | 1,26    | 0,069             | 25,5  | 0,372                                       |
| 6   | 1,52    | 0,078             | 23,0  | 0,374                                       |
| 7   | 1,52    | 0,074             | 22,6  | 0,375                                       |
| 5   | 1,65    | Funken setzen aus |       |   |

Die Resultate dieser Tabelle schließen sich denen der Tab. I und VII durchaus an.  $\gamma_1$  erreicht für  $f = 1 \text{ mm}$  ein Minimum  $\gamma_1 = 0,064$ . Daß hier  $\gamma_1$  kleiner ist als in Tab. VII, kann zum Teil an der Verkleinerung von  $C_1 : L_1$  liegen, zum Teil aber auch zufällig sein.

Die Beobachtungen der Tab. VIII liegen zum Teil zeitlich stark verschieden, zwischen den Beobachtungen Nr. 1—6 und Nr. 7—8 liegen 20 Stunden Zwischenraum. Trotzdem sind die Resultate regelmäßig, d. h. die Funkenstrecke verändert sich an der Luft von selbst nicht, nachdem sie wenigstens ein paarmal schon funktioniert hat. *Ich habe daher bei diesen Versuchen meistens wochenlang die Zinkfunkenstrecke völlig unberührt gelassen, d. h. nicht frisch geputzt.* Nur wenn sie durch Fett oder Petroleum verunreinigt war, habe ich sie gereinigt. Nach 8 Tagen erhielt ich mit der Anordnung b), aber anderer Koppelung  $k^2$ , folgende Resultate:

Tabelle IX.

| $f$     | $\gamma_1$ | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ | Betrieben mit          |
|---------|------------|-------|---|------------------------|
| 0,87 mm | 0,080      | 25,8  | 0,431                                       | Induktor Nr. I, 8 Volt |
| 0,87    | 0,065      | 28,0  | 0,370                                       | „ Nr. II, 8 „          |
| 1,25    | 0,088      | 20,8  | 0,423                                       | „ Nr. II, 8 „          |

Hier wirkt also der Induktor Nr. II nicht schlechter, sondern sogar etwas besser als der Induktor Nr. I.

c)  $C_1 : L_1 = 0,275$ .

$C_1 = 81,8 \text{ cm}^2$  (Aluminiumplatten  $18^2 \text{ cm}^2$  groß,  $d = 6,3 \text{ mm}$ , in Petroleumbad).

$L_1 = 297 \text{ cm}$  [vgl. Anordnung a) und b)].

$\lambda_1 = 9,8 \text{ m}$ .

$C_2 = 17,9 \text{ cm}^2$  (zwei kreisförmige Aluminiumplatten von 5 cm Durchmesser und 1 mm Abstand).

$w_1 = 0,37 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,005$ ,  $a_m = 100 \text{ cm}$ .

Speisung der Funkenstrecke  $f$  durch Induktor Nr. I, mit  $V = 8 \text{ Volt}$  betrieben.

$t = 4 \text{ sec}$  [vgl. b)].

Tabelle X.

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$ | $s_m$             | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ |
|-----|---------|------------|-------------------|---|
| 6   | 0,52 mm | 0,096      | 2,15              | 0,147                                       |
| 7   | 0,65    | 0,082      | 4,15              | 0,172                                       |
| 5   | 0,83    | 0,085      | 5,7               | 0,209                                       |
| 8   | 1,00    | 0,083      | 7,0               | 0,226                                       |
| 1   | 1,09    | 0,074      | 7,8               | 0,214                                       |
| 4   | 1,17    | 0,075      | 8,3               | 0,224                                       |
| 9   | 1,30    | 0,077      | 8,9               | 0,237                                       |
| 2   | 1,52    | 0,078      | 8,7               | 0,237                                       |
| 10  | 1,74    | 0,092      | 7,1               | 0,252                                       |
| 3   | 2,00    | 0,098      | 6,2               | 0,249                                       |
| 11  | 2,10    |            | Funken setzen aus |   |

1) Die Kapazitäten  $C_1$ ,  $C_2$  waren nicht aus den Dimensionen berechnet, sondern durch Resonanz mit bestimmten  $\lambda$  und  $L_2$  experimentell bestimmt.

Diese Resultate schließen sich den früheren durchaus an. Sie zeichnen sich durch besonders regelmäßigen Verlauf aus.

Fig. 4 enthält eine graphische Darstellung der Abhängigkeit des  $\gamma_1$  und des Integraleffektes  $J_m = s_m$  von  $f$ . Obwohl hier  $C_1 : L_1$  nur halb so groß ist, als unter b), so ist trotzdem  $\gamma_1$  hier größer als bei b). Von einem nur annähernd konstanten Funkenwiderstande (vgl. Formel (1) p. 709) kann also keine Rede sein.

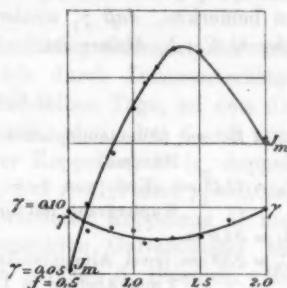


Fig. 4.

d)  $C_1 : L_1 = 0,147$ .

$C_1 = 43,7 \text{ cm}^2$  (Aluminiumplatten  $18^2 \text{ cm}^2$  groß,  $d = 18 \text{ mm}$ , in Petroleumbad).

$L_1 = 297 \text{ cm}$  [vgl. Anordnung a), b), c)].

$l_1 = 7,2 \text{ m}$ .

$C_2 = 17,9 \text{ cm}$  [vgl. Anordnung c)].

$w_1 = 0,37 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,006$ ,  $a_m = 60 \text{ cm}$ .

Speisung der Funkenstrecke  $f$  durch Induktor Nr. I, mit

$V = 8 \text{ Volt}$  betrieben.

$t = 4 \text{ sec}$  [vgl. b) und c)].

Tabelle XI.

| Nr. | $f$     | $\gamma_1$         | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ |
|-----|---------|--------------------|-------|---|
| 5   | 0,88 mm | Funken oft inaktiv |       |   |
| 1   | 1,13    | 0,094              | 7,0   | 0,258                                       |
| 4   | 1,13    | 0,084              | 8,0   | 0,246                                       |
| 2   | 1,48    | 0,084              | 7,6   | 0,240                                       |
| 3   | 1,91    | 0,100              | 7,1   | 0,274                                       |
| 6   | 2,30    | 0,110              | 5,8   | 0,271                                       |

Diese Resultate schließen sich wiederum den früheren an, insofern sind sie aber bemerkenswert, daß hier  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  fast gar nicht mit der Funkenlänge  $f$  variiert. Es macht sich

1) Vgl. Anm. 1 auf p. 734.

also die Existenz von Partialentladungen bei dieser kleinen Kapazität  $C_1$  bemerklich (vgl. oben p. 729). Ferner ist wichtig, zu bemerken, daß  $\gamma_1$  wiederum größer als unter c) und b) ist, obwohl  $C_1 : L_1$  kleiner ist.

$$e) C_1 : L_1 = 0,127.$$

$C_1 = 196 \text{ cm}$  (Aluminiumplatten  $18^3 \text{ cm}^3$  groß,  $d = 2,8 \text{ mm}$ , in Petroleumbad).

$L_1 = 1545 \text{ cm}$  (Kreis von  $2r = 48 \text{ cm}$  Durchmesser aus  $3 \text{ mm}$  dickem Kupferdraht, mit Zinkfunkenstrecke, vgl. p. 723, 8. Beispiel).

$$\lambda_1 = 34,6 \text{ m.}$$

$C_2 = 239 \text{ cm}$  (zwei Aluminiumkreisplatten von  $20 \text{ cm}$  Durchmesser und  $1 \text{ mm}$  Abstand in Luft).

$$w_2 = 0,37 \text{ Ohm}, \gamma_2 = 0,017, a_m = 102 \text{ cm.}$$

Speisung der Funkenstrecke  $f$  durch Induktor Nr. 1, mit  $V = 8 \text{ Volt}$  betrieben.

$$t = 10 \text{ sec (nach } t = 4 \text{ sec war } \gamma_1 \text{ ein wenig größer).}$$

Tabelle XII.

| Nr. | $f$    | $\gamma_1$ | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ |
|-----|--------|------------|-------|---|
| 6   | 0,7 mm | 0,062      | 8,6   | 0,205                                       |
| 5   | 1,1    | 0,054      | 17,5  | 0,258                                       |
| 4   | 1,5    | 0,050      | 27,0  | 0,300                                       |
| 3   | 2,2    | 0,065      | 22,4  | 0,345                                       |
| 2   | 3,0    | 0,068      | 20,8  | 0,347                                       |
| 1   | 4,0    | 0,068      | 13,5  | 0,280                                       |

Auch hier erreicht  $\gamma_1$  für eine bestimmte Funkenlänge ( $f = 1,5 \text{ mm}$ ) ein Minimum. Dasselbe ist sehr niedrig,  $\gamma_1 = 0,05$ , und es ist sehr bemerkenswert, daß sich überhaupt so niedrige logarithmische Dekremente  $\gamma_1 = 0,05$  mit elektrischen Wellen erzielen lassen. Man könnte zunächst denken, daß die Ursache für die hier besonders geringen Dekremente in dem kleinen Verhältnis  $C_1 : L_1 = 0,127$  liegt (vgl. Formel (1) p. 709). Indes halte ich eine andere Ursache für wahrscheinlicher, die im folgenden Abschnitt 4 besprochen werden soll (p. 744 unten).

Daß  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  für  $f = 4 \text{ mm}$  kleiner ist als für  $f = 1,5 \text{ mm}$  bis  $f = 3 \text{ mm}$ , spricht für die Existenz von Partialentladungen (vgl. oben p. 729).



Am anderen Tage konnte ich so geringe Dämpfungen mit dieser Anordnung nicht wieder erzielen. Für  $f = 1,5$  mm ergab sich  $\gamma_1 = 0,067$ .

Mit einem viel weniger empfindlichen Galvanometer und stärkerer Koppelung  $k^2$  erhielt ich durch Dauerausschläge (d. h.  $t$  etwa gleich 1 Minute) an demselben Tage, an dem die Versuche der Tabelle XII angestellt sind, bei  $f = 2$  mm:  $\gamma_1 = 0,057$ , mit doppelt so starker Koppelung  $k^2$  ( $s_m$  doppelt so groß) bei  $f = 2$  mm:  $\gamma_1 = 0,061$ , bei  $f = 1,4$  mm:  $\gamma_1 = 0,060$ . Sodann wieder mit sehr viel schwächerer Koppelung  $k^2$  und dem empfindlicheren, sonst gebrauchten Galvanometer bei  $f = 1,4$  mm:  $\gamma_1 = 0,054$  (vgl. oben p. 723, 3. Beispiel). Bei diesen Versuchen hatte  $k^2$  sehr wechselnde Werte (es ist mindestens im Verhältnis 1:8 geändert), die erhaltenen  $\gamma_1$  stimmen, so gut es die stets etwas veränderliche Natur der Funken gestattet, leidlich überein. Die erhaltenen Werte für  $\gamma_1$  sind also von der Koppelung  $k^2$  unabhängig.

$$f) C_1 : L_1 = 1,75.$$

$C_1 = 292$  cm (Aluminiumplatten  $18^2$  cm<sup>2</sup> groß,  $d = 1,8$  mm, in Petroleumbad).

$L_1 = 166,5$  cm (Drahtkreis von  $2r = 7,2$  cm Durchmesser, aus 2 mm dickem Kupferdraht, mit Funkenstrecke zwischen angelöteten Zinkenden).

$$\lambda_1 = 13,9 \text{ m.}$$

$$C_2 = 64 \text{ cm, } w_2 = 0,39 \text{ Ohm, } \gamma_2 = 0,012, a_m = 63 \text{ cm.}$$

Induktor Nr. I, 8 Volt.

$$f = 0,6 \text{ mm, } \gamma_1 = 0,086.$$

$$f = 0,75 \text{ mm, } \gamma_1 = 0,089.$$

Obwohl also hier  $C_1 : L_1$  viel größer ist als bei dem früheren Versuche d), hat doch  $\gamma_1$  seinen kleinen Wert behalten.

$$g) C_1 : L_1 = 1,48.$$

$C_1 = 440$  cm (zwei rechteckige Zinkplatten von  $26 \cdot 19 = 495$  cm<sup>2</sup> Größe, in  $d = 1,8$  mm Abstand festgehalten durch neun Ebonitschrauben, in Petroleumbad gestellt).

$L_1 = 297$  cm (vgl. Anordnung a) bis d)).

$$\lambda_1 = 22,8 \text{ m.}$$

$C_2 = 141$  cm (zwei Aluminiumplatten von 15 cm Durchmesser in 1 mm Abstand in Luft).

$\omega_2 = 0,51 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,021$ ,  $\alpha_m = 78 \text{ cm}$ ,  $t = 0 \text{ sec.}^1)$

Speisung durch Induktor Nr. I, 8 Volt.

$f = 0,5 \text{ mm}$ ,  $\gamma_1 = 0,085$ .

Speisung durch Induktor Nr. III, mit Spannung  $V$  und 1 Ohm Vorschaltwiderstand.

Tabelle XIII.

| $f$    | $V = 8 \text{ Volt}$ | $V = 10 \text{ Volt}$ | $V = 12 \text{ Volt}$ |
|--------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0,8 mm | $\gamma_1 = 0,125$   | —                     | —                     |
| 0,4    | 0,117                | —                     | —                     |
| 0,5    | 0,116                | 0,106                 | 0,091                 |
| 0,6    | 0,117                | —                     | —                     |

Der kräftigere Induktor Nr. III wirkt also etwas schlechter, d. h. gibt etwas stärkere Dämpfung  $\gamma_1$ , als der schwächere Induktor Nr. I. Es ist allerdings möglich, daß die beste Wirkung des Induktors Nr. III bei größeren Funkenlängen  $f$  gelegen hätte, da  $\gamma_1$  bei Wachsen von  $f$  in der zweiten Kolonne noch abnimmt, indes konnten nicht wesentlich größere Funkenlängen  $f$  genommen werden, weil sonst der Funken zwischen den Kondensatorplatten im Petroleum überschlug.<sup>2)</sup>

Für noch größere Kapazitäten  $C_1$  verschwindet die Überlegenheit des Induktors Nr. I über die kräftigeren Induktoren Nr. II und Nr. III, wie folgende Versuche zeigen:

b)  $C_1 : L_1 = 3,50$ .

$C_1 = 1040 \text{ cm}$  (Leydener Flasche).

$L_1 = 297 \text{ cm}$  (vgl. 1. Beispiel p. 720).

$\lambda_1 = 35 \text{ m}$ .

$C_2 = 239 \text{ cm}$ .

$\omega_2 = 0,39 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,018$ ,  $\alpha_m = 104 \text{ cm}$ .

1) Wenn im folgenden über  $t$  nichts bemerkt ist, so ist damit  $t = 0 \text{ sec}$  gemeint, d. h. sofortige Beobachtung des Dekrementes nach Beginn der Funken.

2) Es ist sehr merkwürdig, daß der Funken leichter eine 1,8 mm dicke Petroleumschicht durchschlägt, als eine 1 mm lange Luftstrecke. Dieses eigentümliche Verhalten ist aber nur zu beobachten, wenn die Petroleumschicht zwischen ausgedehnten Platten liegt, die Luftstrecke aber nicht. Ich denke, daß der Grund in der vor jedem Funken notwendigen Ionisation (Warburgscher Vorprozeß) des Dielektrikums liegt. Die Ionisation kann sich zeitlich länger erhalten im engen Zwischenraum zwischen größeren Platten.

Tabelle XIV.

$f = 1,2$  mm. Induktor Nr. I,  $V = 8$  Volt  
 $\gamma_1 = 0,150,$  " Nr. II,  $V = 10$  " } ohne Vorschaltwiderstand.  
 $\gamma_1 = 0,152,$  " " " " "  
 $\gamma_1 = 0,198,$  " " " " "

Bei  $f = 2$  mm setzen die Funken mit Induktor Nr. I und Nr. II aus.

Tabelle XV.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. III, mit  $V$  Volt gespeist, ohne Vorschaltwiderstand.

$F'$  bedeutet  $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ ,  $f$  roh gemessen.

| $f$ mm | $V = 6$ Volt |       |      | $V = 8$ Volt |       |      | $V = 10$ Volt     |       |      | $V = 12$ Volt |       |      | $V = 18$ Volt |       |      |
|--------|--------------|-------|------|--------------|-------|------|-------------------|-------|------|---------------|-------|------|---------------|-------|------|
|        | $\gamma_1$   | $s_m$ | $F'$ | $\gamma_1$   | $s_m$ | $F'$ | $\gamma_1$        | $s_m$ | $F'$ | $\gamma_1$    | $s_m$ | $F'$ | $\gamma_1$    | $s_m$ | $F'$ |
| 0,5    | 0,204        | 3,2   | 0,38 |              |       |      | 0,2               |       |      |               |       |      |               |       |      |
| 1      | 0,166        | 3,5   | 0,33 |              |       |      | 0,132             | 12,0  | 0,49 | 0,129         | 18,4  | 0,59 |               |       |      |
| 2      | 0,178        | 1,9   | 0,26 | 0,128        | 4,3   | 0,28 | 0,188             | 7,5   | 0,40 | 0,133         | 12,4  | 0,50 | 0,138         | 29,9  | 0,80 |
| 3      |              |       |      |              |       |      | 0,146             | 5,5   | 0,36 | 0,135         | 8,8   | 0,43 |               |       |      |
| 4      |              |       |      |              |       |      | 0,157             | 4,0   | 0,33 | 0,144         | 6,5   | 0,39 |               |       |      |
| 5      |              |       |      |              |       |      | Funken setzen aus |       |      |               |       |      |               |       |      |
|        |              |       |      |              |       |      |                   |       |      |               |       |      | $f$ inaktiv   |       |      |

Tabelle XVI.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. III, mit  $V$  Volt gespeist und 1 Ohm Vorschaltwiderstand.  $f$  genau (mit Kathetometer) gemessen.

| $f$ mm | $V = 6$ Volt      |       |      | $V = 8$ Volt      |       |      | $V = 12$ Volt                              |       |      | $V = 24$ Volt |        |        |
|--------|-------------------|-------|------|-------------------|-------|------|--|-------|------|---------------|--------|--------|
|        | $\gamma_1$        | $a_m$ | $F'$ | $\gamma_1$        | $a_m$ | $F'$ | $\gamma_1$                                 | $a_m$ | $F'$ | $\gamma_1$    | $a_m$  | $F'$   |
| 0,23   |                   |       |      | 0,242             | 15,6  | 0,99 |  |       |      |               |        |        |
| 0,38   |                   |       |      | 0,193             | 18,6  | 0,87 |  |       |      |               |        |        |
| 0,56   | 0,225             | 6,65  | 0,60 | 0,169             | 18,4  | 0,76 |  |       |      |               |        |        |
| 0,64   | 0,169             | 7,6   | 0,49 |                   |       |      |  |       |      |               |        |        |
| 0,84   | 0,170             | 6,9   | 0,47 | 0,177             | 15,7  | 0,74 |  |       |      |               |        |        |
| 1,04   | 0,178             | 5,6   | 0,43 |                   |       |      | 0,153 <sup>2)</sup><br>0,148 <sup>2)</sup> |       | —    |               |        |        |
| 1,15   | 0,204             | 3,8   | 0,42 |                   |       |      |  |       |      |               |        |        |
| 1,29   |                   |       |      | 0,176             | 13,6  | 0,68 |  |       |      |               |        |        |
| 1,56   | 0,182             | 5,3   | 0,44 |                   |       |      |  |       |      |               |        |        |
| 1,66   | Funken setzen aus |       |      | 0,167             | 12,0  | 0,61 |  |       |      |               |        |        |
| 2,05   |                   |       |      | 0,179             | 7,3   | 0,51 |  |       |      | 0,126         | (30,2) | (0,74) |
| 2,46   |                   |       |      | 0,169             | 8,7   | 0,52 |  |       |      |               |        |        |
| 2,54   |                   |       |      | Funken setzen aus |       |      |  |       |      |               |        |        |
| 2,72   |                   |       |      |                   |       |      | 0,153                                      | 23,4  | 0,78 |               |        |        |
| 2,83   |                   |       |      |                   |       |      | 0,151                                      | 22,2  | 0,75 |               |        |        |
| 2,90   |                   |       |      |                   |       |      | 0,137                                      | 23,2  | 0,70 |               |        |        |
| 3,00   |                   |       |      |                   |       |      | Funken setzen aus                          |       |      |               |        |        |
| 6,00   |                   |       |      |                   |       |      |  |       |      | 0,177         | (8,6)  | (0,55) |

1) Diese Versuche bei  $V = 24$  Volt besagen sich auf andere Koppelung  $k^2$  als die anderen Versuche dieser Tabelle. Daher sind die  $a_m$  und  $F'$  bei  $V = 24$  Volt nur unter sich vergleichbar und sind daher eingeklammert.

2) Diese beiden Versuche bestehen sich auf zwei andere Beobachtungsätze und andere Koppelung  $k^2$  als die übrigen Versuche.

Tabelle XVII.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. II, betrieben mit Quecksilberstrahlunterbrecher, 12 Volt und 1 Ohm Vorschaltwiderstand.

| $f$     | $\gamma_1$        | $s_m$ | $F'$ |
|---------|-------------------|-------|------|
| 2,04 mm | 0,163             | 7,5   | 0,47 |
| 2,54    | 0,157             | 6,1   | 0,41 |
| 2,83    | 1,155             | 6,8   | 0,48 |
| 2,95    | Funken setzen aus |       |      |

In diesen Tabellen XV, XVI, XVII nimmt bei konstanter Induktorspeisung im allgemeinen  $F' = \sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$  mit wachsendem  $f$  ab. Nach p. 729 oben spricht dies für die Existenz von Partialentladungen, und in der Tat konnte ich bei diesen Versuchen im rotierenden Spiegel mehrere (bis etwa zu 6) Partialentladungen bei jeder Stromunterbrechung des Induktors sehen und konstatieren, daß die Anzahl dieser Partialentladungen mit wachsender Funkenlänge  $f$  abnahm. Wenn die Funkenlänge  $f$  so groß geworden ist, daß der Induktor keine Partialentladungen mehr bewirken kann, sondern nur noch ein (oszillatorischer) Funken  $f$  bei jeder Unterbrechung des Speisestromes des Induktors entsteht, so muß wiederum  $F'$  mit wachsendem  $f$  wachsen, oder jedenfalls nicht abnehmen, da dann  $F'$  proportional mit dem Funkenpotential ist. In der Tat kann man dies Verhalten in Tab. XVI bei Speisung mit 6 Volt und 8 Volt, und in Tab. XVII bei den dicht vor der Funkengrenze liegenden Funkenlängen  $f$  beobachten (z. B. in Tab. XVII wächst  $F'$ , falls  $f$  von 2,54 mm auf 2,83 mm vergrößert wird).

Ebenfalls erklärt sich das Wachsen von  $F'$  bei konstantem  $f$ , falls die Speisespannung erhöht wird (vgl. Tab. XIV und in Tab. XVI die Funkenlänge  $f = 0,84$  mm,  $V = 6$  Volt und  $V = 8$  Volt) durch die Erhöhung der Anzahl der Partialentladungen bei höherer Speisespannung. Denn wenn keine Partialentladungen beständen und daher  $F'$  proportional zum Funkenpotential  $F$  wäre, so müßte  $F'$  bei konstanter Funkenlänge  $f$  konstant, d. h. unabhängig von der Speisespannung sein.

Hinsichtlich der Dekremente  $\gamma_1$  ist zu konstatieren, daß

bei jeder bestimmten Induktorspeisung innerhalb eines gewissen Bereiches von Funkenlängen  $f$  das Dekrement nur wenig von  $f$  abhängt und kleine Werte besitzt, daß aber  $\gamma_1$  für sehr kleine oder zu große (ziemlich dicht vor der Funkengrenze liegende) Funkenlängen  $f$  größer wird. Die Speisung des Induktoriums darf aber nicht zu schwach sein, um diese günstigen kleinsten Werte  $\gamma$  zu erzielen, z. B. ist für den Induktor Nr. III die Speisung mit 6 Volt und mit 8 Volt (bei 1 Ohm Vorschaltwiderstand) zu schwach, um die kleinst möglichen Werte  $\gamma_1$  zu erzielen.

Der Integraleffekt  $s_m$  nimmt, abgesehen von ganz kleinen Funkenlängen, mit wachsender Funkenlänge sofort ab, während in den früheren Tabellen mit Induktor Nr. I  $s_m$  innerhalb eines größeren Bereiches von  $f$  mit wachsendem  $f$  zunächst zunimmt. Auch dieses unterschiedliche Verhalten der früheren und der jetzigen Tabellen liegt an der Existenz einer größeren Anzahl von Partialentladungen bei kleinerem  $f$  im Falle des Induktors Nr. III und II, während in den früheren Tabellen mit Induktor Nr. I Partialentladungen nahezu oder ganz fehlten.

Für die Praxis der drahtlosen Telegraphie kann man daraus die Regel ableiten, mit recht kleiner Funkenlänge und starker Speisung des Funkenerzeugers zu arbeiten, wenn man möglichst große Integraleffekte im Empfänger erzielen will, ohne daß man den größten Wert auf scharfe Resonanz legt. Kommt es aber auf möglichst scharfe Resonanz an, so wird man die Funkenlänge ein wenig steigern und die Speisung des Funkenerzeugers nicht zu hoch wählen, um das Dekrement  $\gamma_1$  möglichst klein zu machen.

#### 4. Einfluß der Funkenspeiseleitung auf das Dekrement.

Damit das Dekrement  $\gamma_1$  möglichst klein ist, müssen die elektrischen Schwingungen auf diesen Erregerkreis allein beschränkt bleiben, d. h. dürfen nicht auch auf die Funkenspeiseleitung übergehen. Zur Erreichung dieses Zweckes gibt es drei Mittel:

1. Die Speiseleitung wird nicht metallisch an den Erregerkreis angelegt, sondern man läßt Funken (Zuführungsfunken) zwischen Speiseleitung und Erreger überschlagen. So verfährt z. B. Righi zur Erzeugung kurzer Wellen.

2. Die Speiseleitung wird als enge Spule (Drosselspule) gewickelt.

3. Die Speiseleitung wird möglichst nahe am Potentialknoten der Erregerschwingung, d. h. am Erregerfunken  $f$ , angelegt.

Ich habe alle drei Methoden ausprobiert mit der Anordnung e) p. 736, d. h. mit  $C_1 = 196$  cm,  $L_1 = 1545$  cm (Kreis von 48 cm Durchmesser),  $\lambda_1 = 34,6$  m,  $C_2 = 239$  cm. Die Erregerfunkenstrecke  $f$  war gebildet zwischen zwei 7 mm langen, 4 mm dicken Zinkstücken, welche an die beiden halbkreisförmigen Kupferdrähte, welche den Erregerkreis bildeten, angelötet waren. An der Funkenstrecke waren die Zinkstücke auf eine ebene Fläche von 1 mm<sup>2</sup> Größe zugespitzt. Wurde nach der Methode 3 verfahren, d. h. die Zuleitung unmittelbar hinter den Zinkstücken, d. h. in etwa 18 mm Distanz voneinander, an den Erregerkreis metallisch angelegt, so ergaben sich die oben p. 736 in Tab. XII angeführten kleinen Dekremente  $\gamma_1$ , z. B. für  $f = 1,7$  mm etwa ergaben drei Versuche  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,085$ ;  $0,082$ ;  $0,085$ ; d. h. im Mittel  $0,084$ , daher  $\gamma_1 = 0,067$ .

Wenn nach der Methode 1 zwei Zuführungsfunken zwischen Speiseleitung und Zinkstücken oder Erregerdraht (dicht hinter den Zinkstücken) gebildet wurden, so ergab sich  $\gamma_1$  ganz bedeutend größer als vorhin ( $\gamma_1 > 0,15$ ).

Wenn nach der Methode 2 als Zuleitungen eng gewickelte, 3 mm weite Spulen aus  $\frac{1}{2}$  mm dickem Draht verwendet wurden, so ergab sich, falls sie metallisch dicht hinter den Zinkstücken an den Erregerkreis angelegt wurden,  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,089$ , d. h.  $\gamma_1 = 0,072$ . Wurden diese Zuleitungsspulen durch ganz dünne ( $\frac{1}{4}$  mm dicke) Kupferdrähte ersetzt, welche ja auch wegen ihrer geringen Dicke große Selbstinduktion besitzen, d. h. die elektrischen Wellen abdrosseln, so ergab sich  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,082$ , d. h.  $\gamma_1 = 0,065$ . Die Methode 2 gibt also keinen merklichen Vorteil gegenüber der Methode 3, die Methode 1 ist aber direkt ungünstig.

Wurden die feinen Zuleitungsdrähte je 30 cm von  $f$  entfernt an den Erregerkreis metallisch angelegt, so ergab sich  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,123$ , d. h.  $\gamma_1 = 0,106$ , also ganz bedeutend größer, als wenn die Zuleitung dicht an der Funkenstrecke  $f$  angelegt



war. Wurde die Zuleitung 10 cm vom Kondensatorende, d. h. etwa je 65 cm von  $f$  entfernt angelegt, so ergab sich  $\gamma_1$  noch viel größer ( $\gamma_1 > 0,2$ ).

Zur Erzielung möglichst kleiner Dämpfungen ist also die Zuleitung möglichst dicht bei der Funkenstrecke an den Erreger anzulegen.<sup>1)</sup> Die Wickelungsart oder Dicke der Zuleitung ist dann gleichgültig. Zuführungsfunken sind zu vermeiden. Letzteres gilt aber nur für den Fall, daß der Erregerfunke  $f$  in Luft gebildet wird. Wenn  $f$  in Petroleum überspringt, so ist ein (oder zwei) Zuführungsfunken günstig (wie ich schon früher bei meinen Arbeiten<sup>2)</sup> angegeben habe), weil das Petroleum bei verhältnismäßig langsamer Zuleitung der Potentialdifferenz durch metallisch angelegte Induktorspeisung leitend wird, und daher die Anfangspotentialdifferenz des Funkens  $f$  viel größer wird, wenn mindestens ein Zuleitungsfunke besteht, da dieser eine langsame Steigerung der Potentialdifferenz im Petroleum ausschließt. Ebenfalls ist diese letztere ausgeschlossen, wenn der Funke  $f$  durch die Sekundärleitung eines Teslatransformators gespeist wird. Daher ist in diesem Falle ein Zuführungsfunken, auch wenn  $f$  in Petroleum überschlägt, ohne besonderen Vorteil (was ich ebenfalls bei meinen früheren Arbeiten schon erwähnt habe).

Da die Methode 3 also bei weitem die wirksamste zur Erzielung kleiner Dämpfungen ist, so habe ich sie bei meinen sämtlichen Versuchen angewendet.

Daß bei dieser Anordnung e)  $\gamma_1$  besonders klein ausfällt (in Tabelle XII, p. 736 kommt z. B.  $\gamma_1 = 0,05$  vor), liegt daher nicht an dem besonders kleinen Verhältnis  $C_1 : L_1$ , sondern an der langen Erregerleitung. Denn man kann die Zuleitung verhältnismäßig um so näher an den Potentialknoten, d. h. an den Erregerfunken  $f$  anlegen, je länger die Erreger-

1) Gegen diese Regel haben viele Experimentatoren bei ihren Arbeiten bisher verstoßen, auch wenn die Befolgung dieser Regel gar keine experimentellen Schwierigkeiten gemacht hätte. Ich habe schon früher den Nutzen dieser Schaltung hervorgehoben und stets die Anordnungen dementsprechend gezeichnet. Ebenso ist bei sämtlichen Zeichnungen von Hertz (erste Arbeit in Wied. Ann. 31. p. 421. 1887) die Zuleitung stets dicht an der Funkenstrecke.

2) P. Drude, Wied. Ann. 58. p. 5. 1896.

leitung ist. Wenn z. B. bei dieser 150 cm langen Leitung der Abstand der Zuleitungen von der Funkenmitte (Potentialknoten) 9 mm betrug, so ist das eine viel bessere Annäherung an den Potentialknoten, als wenn bei der Anordnung f) p. 737 bei der 22 cm langen Erregerleitung die Zuleitung, wie es der Fall war, 4 mm von der Mitte des Funkens  $f$  entfernt angelegt wurde.

Bei der Berechnung des Einflusses des Zuleitungsortes auf die Wellendämpfung darf man nicht etwa die Potentialdifferenz der beiden Zuleitungsstellen nach dem Ohmschen Gesetz aus dem zwischen ihnen liegenden Widerstand berechnen, denn der (der Funkenwiderstand) würde nahezu der ganze Widerstand des Erregerkreises sein, und daher würde nach dem Ohmschen Gesetze die Potentialdifferenz zwischen den beiden Zuleitungsstellen stets dieselbe sein, d. h. unabhängig vom Ort der Zuleitung gleich dem Funkenpotential  $F$ . Bei diesen schnellen Oszillationen kommt es vielmehr auf den Widerstand gar nicht an, sondern nur auf die Selbstinduktion der Leitung. Nennt man den Abstand der beiden Zuleitungsstellen voneinander  $a$ , und  $l$  die Länge der ganzen Erregerleitung, so würde daher die Potentialdifferenz der Zuleitungsstellen, *nachdem die Oszillationen begonnen haben*,  $F \cdot a/l$  sein, falls die Erregerleitung inklusive Funken  $f$  überall denselben Querschnitt besitzt.

##### 5. Einfluß von Nebenumständen der Funkenstrecke auf ihr Dekrement.

a) *Stromrichtung*. Wenn man die Funken  $f$  zwischen gesäuberten Zinkelektroden einige Male oder längere Zeit hindurch bei bestimmter Richtung des Speisestromes des Induktors hat springen lassen, und wenn man darauf die Richtung dieses Speisestromes kommutiert, so wird das Dekrement  $\gamma_1$  viel größer, der Integraleffekt  $s_m$  viel kleiner, wie folgende Versuche mit der Anordnung  $C_1 = 150$  cm,  $L_1 = 297$  cm,  $C_2 = 64$  cm,  $\gamma_2 = 0,012$  zeigen:

|                                    |                      |                |
|------------------------------------|----------------------|----------------|
| Ursprüngliche Stromrichtung . . .  | $\gamma_1 = 0,073$ , | $s_m = 38,7$ , |
| Speisestrom kommutiert . . . .     | $\gamma_1 > 0,2$ ,   | $s_m = 7,0$ ,  |
| wieder ursprüngliche Stromrichtung | $\gamma_1 = 0,068$ , | $s_m = 35,5$ . |

Wenn der Funken  $f$  nicht mit einem Induktor betrieben wird, sondern mit einem Wechselstromtransformator, könnte man vielleicht daher ein größeres  $\gamma_1$  vermuten. Dies bestätigt sich indessen nicht, wie die unten unter 7. angeführten Versuche zeigen.

b) *Funkenlöschung durch ein transversales Magnetfeld, durch Saugluft oder Preßluft.* Es wird öfter angegeben, daß eine magnetische Funkenlöschung die Aktivität der Funken erhöhte. Ich habe bei meinen Anordnungen *durchaus gar keinen Einfluß eines kräftigen, senkrecht gegen die Funken gerichteten Magnetfeldes beobachten können*, wobei ich allerdings dahingestellt sein lassen will, ob bei wesentlich längeren Funkenstrecken nicht ein transversales Magnetfeld günstig ist.

*Ebensowenig habe ich irgendwelche Verbesserung der Funkenaktivität durch Preßluft (12 Atmosphären Druck) oder Saugluft (einer sehr schnell wirkenden Saugpumpe) beobachten können.* Auch dieses kann bei längeren Funkenstrecken vielleicht anders sein, ich habe wenigstens schon früher bei längeren Funkenstrecken eine Erhöhung der Aktivität (ob  $\gamma_1$  kleiner wird oder  $F$  größer, oder ob beides eintritt, habe ich nicht untersucht) der Funken durch *schnelle Rotation* der Funken erzielen können. Eine Rotation von  $f$  muß ja ähnlich wie Preßluft oder Saugluft wirken.

c) *Belichtung der Funkenstrecke.* Wurde in etwa 1 m Entfernung von der Funkenstrecke eine elektrische Bogenlampe ohne Glasglocke angezündet, so wurden die Erregerfunken *sofort total inaktiv*, wie man auch schon an dem schwächeren Funkengeräusch hören konnte. Dieser Einfluß des ultravioletten Lichtes ist schon von Hertz beobachtet. Eine Abblendung des Tageslichtes von der Funkenstrecke ergab keinen merkbaren Unterschied in der Funkenaktivität.

d) *Reinheit der Elektroden.* Spuren von Fett oder Petroleum erhöhen das Dekrement. Wenn die Zinkelektroden frisch abgefeilt, abgeschmirgelt und in Alkohol gewaschen waren, so war zunächst bei Einleitung des Funkenspieles das Dekrement und überhaupt die Aktivität der Funken noch nicht so günstig, als nachdem die Funken etwa 5 Minuten lang bestanden hatten. Plötzlich (schon hörbar am lauterem Funkengeräusch) wurde nach wenigen Minuten seit Beginn des Funkenspieles das

Dekre  
verhie  
Tage  
sie 1  
lang)  
(aber  
sich n  
wieder  
zur E  
durch  
kleine  
e  
nur a  
Messi  
spring  
falls  
entsch  
Da l  
trisch  
tate  
geprü  
lohne

e. H

gefüh  
Tabb  
Dekr  
sind  
(Ley

an z

Giem  
grund  
lichen  
in Le

Dekrement  $\gamma$  kleiner, die Aktivität der Funken größer. Dann verhielt sich dieselbe lange Zeit annähernd konstant, viele Tage hindurch, sowohl wenn Funken sprangen, als auch wenn sie längere Zeit (eventuell viele Stunden oder mehrere Tage lang) unterbrochen waren. Bei Einleitung des Funkenspiels (aber ohne Kommutierung der Speiseleitung, vgl. a)) stellte sich nahezu sofort der frühere geringe Wert des Dekrements wieder her. *Man kann also Zinkelektroden tagelang ohne Reinigung zur Ergänzung gut aktiver Funken in Luft benutzen, wenn auch durch frische Reinigung meist das Dekrement ein wenig verkleinert werden kann.*

e) *Material der Elektroden.* Meine Versuche habe ich alle nur angestellt mit Zinkelektroden, nur wenige Versuche mit Messingelektroden. Letztere schienen mir, falls  $f$  in Petroleum springt, keinen Unterschied gegen Zinkelektroden zu zeigen; falls die Funken  $f$  in Luft springen, geben Messingelektroden entschieden weniger gute Funkenaktivität als Zinkelektroden. Da letztere, die durch Himstedt<sup>1)</sup> in die Praxis der elektrischen Schwingungen eingeführt sind, schon sehr gute Resultate gaben, so habe ich anderes Elektrodenmaterial nicht geprüft. Es würde aber wohl eine konsequente Durchforschung lohnend sein.

#### 6. Einfluß des Dielektrikums, der Büschelentladung und des Baues der Erregerkapazität auf das Dekrement.

Wenn man die Resultate der oben p. 720 bis p. 724 angeführten Beispiele oder die p. 727 bis p. 741 angeführten Tab. I bis XVII betrachtet, so fällt sofort auf, daß die Dekremente  $\gamma_1$  bei den Petroleumkondensatoren viel kleiner sind (Minimum  $\gamma_1 = 0,05$ ) als bei dem Glaskondensator (Leydener Flasche, Minimum  $\gamma_1 = 0,13$ ).

Die ungünstige Wirkung eines Glaskondensators liegt nun an zwei Umständen:

1) F. Himstedt, Ber. d. Oberrh. Gesellsch. f. Nat. u. Heilk. zu Gießen 30; Wied. Ann. 52. p. 473. 1894. Diese Arbeit ist überhaupt grundlegend für die Einführung der Teslaversuche in die wissenschaftlichen Laboratorien gewesen, worauf bei historischen Darstellungen, z. B. in Lehrbüchern, meines Erachtens nicht genügend hingewiesen wird.

1. an dielektrischer Hysteresis (elektrische Absorption) des Glases;

2. an Büschelbildungen der Kanten der auf Glas liegenden Stanniolbelegung.

Man kann die eine von der anderen Ursache trennen, wenn man die Büschelentladungen verhütet. Dies gelingt entweder durch Eintauchen der Kapazität  $C_1$  in ein Petroleumbad, oder durch Benutzung der Glasplattenkapazität in der Sekundärleitung, d. h. als Kondensator  $C_2$ , da in letzterem Falle die Erregung leicht so abgeschwächt werden kann, daß keine Büschelentladung mehr stattfindet. Ich habe beide Methoden benutzt.

Eine Glasplatte von 1,4 mm Dicke wurde mit 49 cm<sup>2</sup> großen Stanniolbelegungen versehen und diente als Erregerkapazität  $C_1$ . Mit der Selbstinduktion  $L_1 = 297$  cm (vgl. z. B. 1. Beispiel, p. 719) ergab sich  $\lambda_1 = 15,3$  m, woraus  $C_1 = 200$  cm,  $\epsilon$  (Dielektrizitätskonstante des Glases) = 7,2 folgt. Für  $w_2 = 0,39$  Ohm,  $C_2 = 64$  cm, d. h.  $\gamma_2 = 0,011$  ergab sich

|                                |                                |                     |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------|
| bei Lagerung von $C_1$ in Luft | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,178,$ | $\gamma_1 = 0,167,$ |
| „ „ „ „ „ Petroleum            | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,121,$ | $\gamma_1 = 0,110.$ |

Die Büschelbildung hat also eine Vergrößerung des Dekrementes von  $\gamma_1 = 0,110$  auf  $\gamma_1 = 0,167$  bewirkt.

Am nächsten Tage war das Petroleum trübe geworden (durch Auflösung des Klebemittels des Stanniols). Dadurch war  $\gamma_1$  von 0,110 (vom vorigen Tage) angewachsen auf  $\gamma_1 = 0,150$ .

Mit  $C_1 = 250$  cm (Petroleumkondensator),  $L_1 = 297$  cm  $\lambda_1 = 17$  m ergab sich:

|                                     |                               |                 |
|-------------------------------------|-------------------------------|-----------------|
| Mit Luftkondensator $C_2 = 64$ cm : | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,086$ | } Mittel 0,080. |
| „ Glaskondensator $C_2 = 85$ cm :   | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,106$ |                 |
| „ Luftkondensator $C_2 = 64$ cm :   | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,078$ |                 |

Da  $w_2 = 0,39$  Ohm war, so würde beim Luftkondensator  $C_2 = 64$  cm sein  $\gamma_2 = 0,010$ , beim Glaskondensator  $C_2 = 85$  cm, falls der Energieverlust nur im Widerstand  $w_2$  des Thermo-  
elementes läge,  $\gamma_2 = 0,013$ . Daher würde sich ergeben

|   |
|---|
| $\gamma_1 = 0,070$ mit Luftkondensator, |
| $\gamma_1 = 0,098$ „ Glaskondensator.   |

Die Differenz 0,023 zwischen diesen beiden Werten von  $\gamma_1$  muß durch Energieverlust im Glase (dielektrische Hysteresis) verursacht sein, Büschelbildung tritt hier bei der schwachen Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis nicht ein.

Vereinigt man dieses Resultat mit dem mit dem Erregerkondensator gewonnenen, so erhält man folgendes Bild:

Wenn ohne Hysteresis und Energieverlust durch Büschel  $\gamma_1 = 0,080$  ist, so wird  $\gamma_1$  durch:

*dielektrische Hysteresis (ohne Büschel) im Glase vermehrt um*

$$d\gamma = 0,023, \text{ d. h. es ist } \gamma_1 = 0,103,$$

*durch Büschelbildung weiter vermehrt um  $d\gamma = 0,057$ ,*

$$\text{d. h. es ist } \gamma_1 = 0,160.$$

Eine größere Glasplatte von 1,4 mm Dicke wurde mit  $24.34 = 815 \text{ cm}^2$  großen Stanniolbelegungen beklebt. Ihre Kapazität betrug (annähernd)  $C_1 = 3350 \text{ cm}$ . Sie wurde mit der angeklemmten Selbstinduktion  $L_1 = 297 \text{ cm}$  zu einem Erreger gestaltet, dessen  $\lambda_1 = 63 \text{ m}$  betrug (gemessen durch Resonanz mit Sekundärmeßleitung). Um derartig lange Wellen mit der nur etwa  $1\frac{1}{2} \text{ m}$  langen Sekundärleitung messen zu können, bedurfte es einer großen Kapazität  $C_2$ , welche in folgender Weise konstruiert wurde:

Fünf quadratische, 1 mm dicke Aluminiumplatten  $P$  von 18 cm Seitenlänge waren durch vier 1 cm dicke Ebonitzylinder  $E$ , von denen zwei in Fig. 5 gezeichnet sind, in festem, relativem Abstand von 1 mm voneinander gehalten durch 1 mm dicke Ebonitplättchen  $p$  und Metallmutter  $m$ .

Die Aluminiumplatten  $P$  griffen oben und unten wechselseitig über, wie dies aus Fig. 5 hervorgeht, so daß sie durch aufgesetzte (durch Reibung festgehaltene) Metallstücke  $ss$  zu einem Kondensator der Kapazität

$$C_2 = 4 \cdot \frac{18^2}{4\pi \cdot 0,1} = 1030 \text{ cm}$$

verbunden waren. Die Verbindung mit der Sekundärleitung (vgl. Fig. 1 oben p. 713) geschah durch zwei an den Enden  $ee$  verjüngte, 2 mm starke Kupferdrähte  $dd$ , welche an zwei 1 cm

breite Aluminiumlappen  $L L_1$  befestigt waren, die eine Fortsetzung der zwei inneren Aluminiumplatten  $P$  bildeten. Der Lappen  $L$  steht daher in metallischer Verbindung mit dem

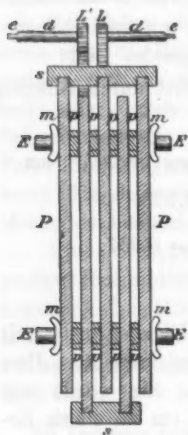


Fig. 5.

oberen Metallstück  $s$ , der Lappen  $L'$  dagegen nicht (er steht mit dem unteren Metallstück  $s$  in leitender Verbindung). Die Kapazität eines solchen Kondensators kann man bequem variieren durch Fortnahme oder weitere Zufügung von Metallplatten  $P$ , oder auch durch Fortlassung der metallischen Verbindung einiger Platten  $P$  mit den Metallstücken  $s s$ . Durch besondere Versuche (Resonanz bei bekannter Selbstinduktion  $L_2$ ) wurde festgestellt, daß  $C_2$  der berechneten Größe entsprach, und daß es entsprechend der vorhandenen (oder durch die Metallbügel  $s s$  allein verbundenen) Plattenzahl  $P$  sich veränderte. Die Kapazität  $C_2$  ändert sich kaum, wenn auf die Anordnung noch mehrere, *isolierte*, d. h. nicht mit  $s s$  verbundene Metall-

platten  $P$  aufgesteckt werden. (Auf *genaue* Kenntniss der Kapazitäten  $C_2$  oder  $C_1$  kommt es bei diesen sämtlichen Versuchen nicht an.) Da  $w_2 = 0,39$  Ohm war, so ergibt Formel (3) p. 700  $\gamma_2 = 0,042$ .

Es ergab also die Anordnung:

$$i) C_1 : L_1 = 11,3.$$

$C_1 = 3350$  cm (Glasplatte mit Stanniol beklebt).

$L_1 = 297$  cm,  $\lambda_1 = 63$  m.

$C_2 = 1030$  cm,  $w_2 = 0,39$  Ohm,  $\gamma_2 = 0,042$ ,  $a_m = 86$  cm.

$f = 1,5$  mm, Induktor Nr. III.

Tabelle XVIII.

| Speisung                 | $\gamma_1$ | $s_m$ | $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ |
|--------------------------|------------|-------|---|
| 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt | 0,195      | 4,8   | 0,44  |
| 18 " " " "               | 0,172      | 11,9  | 0,66  |
| 24 " " " "               | 0,170      | 30,1  | 1,04  |



Bei dieser Anordnung waren lebhaftes Büschelentladungen am Stanniol vorhanden. Ich versuchte dieselben zu vermeiden durch einen 1—2 mm dicken Schellack- bez. Paraffinüberzug der Stanniolränder. *Dadurch änderte sich aber  $\gamma_1$  kaum merklich*, denn es ergab sich  $\gamma_1 = 0,173$  bez.  $\gamma_1 = 0,167$ . Man konnte auch die Büschel unter dem Überzuge des Schellacks bez. Paraffins noch sehen. *Zur Vermeidung von Büschelentladungen an den auf Glas aufgeklebten Stanniolbelegungen ist also das Eintauchen in einen flüssigen Isolator notwendig.*

Dieselbe Anordnung mit Induktor Nr. II (mit Deprezunterbrecher) mit 10 Volt ohne Vorschalt gespeist, ergab ( $f$  ist roh gemessen):

Tabelle XIX.

| $f$    | $\gamma_1$        | $s_m$ | $V_{s_m} \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|--------|-------------------|-------|--|
| 0,3 mm | 0,247             | 7,4   | 0,72                                     |
| 0,6    | 0,240             | 7,3   | 0,70                                     |
| 0,9    | 0,222             | 5,7   | 0,58                                     |
| 1,2    | 0,223             | 3,9   | 0,48                                     |
| 1,4    | Funken setzen aus |       |  |

*Dieser Induktor war also für die hier benutzte große Kapazität  $C_1$  entschieden zu schwach, da die Dämpfungen  $\gamma_1$  wesentlich größer ausfallen als mit Induktor Nr. III.*

Weitere Versuche wurden angestellt mit einem Glasplatten-satz von 6 mm dickem belgischen Isolierglas mit eingelegten Stanniolbelegungen von 162 cm<sup>2</sup> Flächengröße. Es konnte die Kapazität stufenweise variiert werden durch Parallelschaltung mehrerer solcher aufeinandergelegten Platten. Durch Resonanzbestimmung ergab sich die Kapazität einer Platte (annähernd) zu 194 cm. Als Empfängerkapazität  $C_2$  diente der in Fig. 5 beschriebene Aluminiumplattensatz.

Es ergab sich bei Speisung mit Induktor Nr. III (Büschelentladung vorhanden):

$$k) C_1 : L_1 = 0,37.$$

$$C_1 = 581 \text{ cm (8 facher Glasplattensatz).}$$

$$L_1 = 1545 \text{ cm [vgl. Anordnung e) p. 736].}$$

$$\lambda_1 = 59 \text{ m.}$$

$$C_2 = 1030 \text{ cm, } w_2 = 0,39 \text{ Ohm, } \gamma_2 = 0,045, a_m = 73 \text{ cm.}$$

Tabelle XX.

| Speisung                 | $f$    | $\gamma_1$ | $s_m$ | $F'$ |
|--------------------------|--------|------------|-------|------|
| 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt | 1,5 mm | 0,18       | 21,9  | 0,65 |
| " , $\frac{2}{3}$ " "    | "      | 0,119      | 26,8  | 0,72 |
| " , 1 " "                | 2,5    | 0,122      | 17,4  | 0,59 |

l)  $C_1 : L_1 = 0,50$ . $C_1 = 775$  (4facher Glasplattensatz). $L_1 = 1545$  cm,  $\lambda_1 = 68,8$  m. $C_2 = 1030$  cm,  $w_2 = 0,39$  Ohm,  $\gamma_2 = 0,039$ ,  $a_m = 95$  cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:

 $f = 1,5$  mm,  $\gamma_1 = 0,131$ .m)  $C_1 : L_1 = 0,63$ . $C_1 = 970$  (5facher Glasplattensatz). $L_1 = 1545$  cm,  $\lambda_1 = 77$  m. $C_2 = 1030$  cm,  $w_2 = 0,39$  Ohm,  $\gamma_2 = 0,034$ ,  $a_m = 112$  cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:

 $f = 1,5$  mm,  $\gamma_1 = 0,139$ .n)  $C_1 : L_1 = 0,75$ . $C_1 = 1160$  (6facher Glasplattensatz). $L_1 = 1545$  cm,  $\lambda_1 = 84$  m. $C_2 = 1030$  cm,  $w_2 = 0,39$  Ohm,  $\gamma_2 = 0,031$ ,  $a_m = 129$  cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:

 $f = 1,5$  mm,  $\gamma_1 = 0,137$ .

Bei diesen Beobachtungen ist  $\gamma_1$  durchschnittlich kleiner als bei dem oben p. 748 beschriebenen Glaskondensator ( $\gamma_1 = 0,167$ ). Der Unterschied muß in geringeren Hysteresisverlusten des belgischen Glases liegen. Bei allen diesen Versuchen bestanden Büschelentladungen.

Bei l), m), n) variiert  $\gamma_1$  nicht deutlich mit  $C_1 : L_1$ . Dagegen sind die hierbei erhaltenen Werte  $\gamma_1$  durchschnittlich größer als bei Anordnung k) mit der kleineren Kapazität. Dies wird veranlaßt sein dadurch, daß bei den großen Kapazitäten von l), m), n) die Induktorspeisung zu schwach war, um die Minimalwerte von  $\gamma_1$  zu erzielen.

Die Energieverluste durch Büschelentladung sind natürlich um so größer, je länger der Stanniolrand im Vergleich

zur Flächengröße der Belegung ist. Daher sind die bisher in diesem Paragraphen beschriebenen Anordnungen, bei denen Glasplatten mit Stanniolbelag als Kondensatoren  $C_1$  verwendet sind, nicht so günstig als die gewöhnliche Form der Leydener Flaschen. Dies zeigt auch folgender, mit einer großen Leydener Flasche (Höhe des Stanniolbelags 31,5 cm, innerer Flaschendurchmesser 13 cm, Glasdicke 3,5 mm) angestellter Versuch:

o)  $C_1 : L_1 = 7,77$ ,  $C_1$  Leydener Flasche.

$C_1 = 2300 \text{ cm}$ ,  $L_1 = 297 \text{ cm}$ ,  $\lambda_1 = 52 \text{ m}$ .

$C_2 = 770 \text{ cm}^2$ ,  $w_2 = 0,51 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,050$ ,  $a_m = 73 \text{ cm}$ .

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, ohne Vorschaltwiderstand.

$f = 1,7 \text{ mm}$ ,  $\gamma_1 = 0,106$  (mit Büschelbildung).

Wurde nun bei der Leydener Flasche, welche auch schon bei diesem vorigen Versuche in einem großen Glasgefäß stand, durch Füllung desselben mit Petroleum die Büschelentladung verhindert, so ergab sich

$f = 1,7 \text{ mm}$ :  $\gamma_1 = 0,093$  (ohne Büschelbildung).

Durch die Büschelbildung ist also bei dieser großen Leydener Flasche  $\gamma_1$  nur um 0,013 vermehrt (oben p. 748 haben bei der kleinen Glasplatte die Büschel  $\gamma_1$  von 0,110 auf 0,167 gebracht). — Außerdem ergab sich, daß  $\gamma_1$  denselben Wert hat, einerlei ob es sofort nach Einleitung des Funkenspieles oder nach  $t = 10 \text{ sec}$  gemessen wurde. Die oben p. 731 ff. beobachtete Verkleinerung von  $\gamma_1$  mit der Zeit scheint also nur bei kleinen Erregerkapazitäten  $C_1$  vorhanden zu sein. — Es ist sehr beachtenswert, daß sich mit einem Glaskondensator  $C_1$  überhaupt so kleine Dämpfungen ( $\gamma_1 = 0,09$ ) erzielen lassen. Bei dieser Glassorte kann also der Hysteresisverlust im Glase nur sehr gering gewesen sein.

Im folgenden teile ich einige Beobachtungen mit dieser Anordnung o) mit, welche bei verschiedenen Funkenlängen  $f$  gemacht sind.

1) Es wurde der in Fig. 5 abgebildete Kondensator aber mit nur vier Platten  $P$  benutzt.

Tabelle XXI.

Anordnung o), Büschel durch Petroleumbad verhindert.

| $f$    | $\gamma_1$ | $s_m$ | $V s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ |
|--------|------------|-------|--|
| 0,8 mm | 0,103      | 28,6  | 0,673                                  |
| 1,7    | 0,093      | 32,5  | 0,656                                  |
| 2,6    | 0,100      | 26,1  | 0,626                                  |
| 3,4    | 0,101      | 22,1  | 0,580                                  |
| 4,3    | 0,100      | 18,8  | 0,531                                  |

Die bisherigen Beobachtungen weisen darauf hin, daß die kleinsten Dekremente  $\gamma_1$  erzielt werden, wenn  $C_1$  ein Petroleum- (oder Öl-?) Kondensator ist, und daß eine große Kapazität  $C_1$  günstig ist. Um letzteres noch weiter zu prüfen, habe ich 11 Zinkplatten von  $26.19 = 495 \text{ cm}^2$  Größe in je 1,8 mm Distanz zu einem Erregerkondensator in analoger Weise zusammengesetzt, wie in Fig. 5 der Empfänger-kondensator  $C_2$  abgebildet ist. Der hier verwendete Kondensator ist derselbe, der schon oben p. 738 bei der Anordnung g) benutzt ist, nur daß dort die Kapazität  $C_1$  10 mal so klein war, weil dort nur zwei Zinkplatten verwendet wurden.

$$p) C_1 : L_1 = 15,0.$$

$C_1 = 4440 \text{ cm}$  (11 Zinkplatten von je  $495 \text{ cm}^2$  Größe in  $d = 1,8 \text{ mm}$  Abstand im Petroleumbad).

$L_1 = 297 \text{ cm}, \lambda_1 = 72 \text{ m}.$

$C_2 = 1030 \text{ cm}, w_2 = 0,51 \text{ Ohm}, \gamma_2 = 0,048, a_m = 96 \text{ cm}.$

Tabelle XXII für das Dekrement  $\gamma_1$ .

| $f$    | Speisung mit Induktor Nr. III<br>mit 1 Ohm Vorschaltwiderstand und<br>der Spannung |         |         | Speisung mit<br>Induktor Nr. I, ohne<br>Vorschaltwiderstand |
|--------|--|---------|---------|---|
|        | 10 Volt  | 12 Volt | 14 Volt | $V = 8 \text{ Volt}$  |
| 0,3 mm | —  | 0,139   | —       | 0,127   |
| 0,5    | 0,146  | 0,135   | 0,114   | —   |
| 0,7    | —  | —       | 0,127   | —   |

Ein Vergleich dieser Tabelle mit der Tab. XIII, p. 738, Anordnung g) zeigt, daß das Erwartete nicht eingetreten ist,

d. h. durch die Vergrößerung der Kapazität  $C_1$  ist  $\gamma_1$  nicht kleiner, sondern größer geworden. Es ist allerdings zu bemerken, daß in Tab. XXII die günstigsten Verhältnisse für die Speisespannung  $V$  und die Funkenlänge  $f$  vielleicht noch nicht getroffen sind, daß vielmehr, wie die Verkleinerung von  $\gamma_1$  für  $f = 0,5$  mm bei wachsendem  $V$  zeigt, eine kräftigere Induktorspeisung bei Vergrößerung von  $f$  nach kleinem Dekrement  $\gamma_1$  erzeugt haben würde. Indes war es nicht möglich,  $f$  weiter zu vergrößern, ohne daß das Petroleum durchschlagen wurde. Ich vermute, daß auch schon bei den mitgeteilten Versuchen gelegentlich dies eintrat, und daß vielleicht auch kleine Büschelentladungen an den die Kondensatorplatten zusammenhaltenden Ebonitschrauben eintraten.

Um Entladungen im Petroleum besser verhüten zu können, habe ich die Distanz der Zinkplatten von 1,8 mm auf 3,7 mm vergrößert. Folgendes sind die Resultate:

$$q) C_1 : L_1 = 7,18.$$

$C_1 = 2130$  cm (11 Zinkplatten von je  $495$  cm<sup>2</sup> Größe in  $d = 3,7$  mm Abstand in Petroleumbad).

$L_1 = 297$  cm,  $\lambda_1 = 50$  m.

$C_2 = 770$  cm (vgl. Anordnung o),  $w_2 = 0,51$  Ohm,  $\gamma_2 = 0,052$ ,  
 $a_m = 79$  cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt.

$$\gamma_1 = 0,094.$$

Nach 14 Tagen Ruhe ergab sich  $\gamma_1 = 0,139$ . — Als darauf durch Feile, Schmirgel und Alkohol die Zinkfunkenstrecke frisch gereinigt wurde, erhielt ich, bei Funkenspeisung mit Induktor Nr. III, der mit der Spannung  $V$  in Volt ausgedrückt, beim Vorschaltwiderstand  $w$  (in Ohm ausgedrückt), betrieben wurde.

Tabelle XXIII für das Dekrement  $\gamma_1$ :

$$t = 0.$$

| $f$    | $V = 12$ |                   |                   |         | $V = 14$ | $V = 16$ |
|--------|----------|-------------------|-------------------|---------|----------|----------|
|        | $w = 1$  | $w = \frac{1}{2}$ | $w = \frac{1}{3}$ | $w = 0$ | $w = 0$  | $w = 0$  |
| 0,9 mm | —        | —                 | —                 | 0,080   | —        | —        |
| 1,3    | 0,100    | 0,086             | 0,079             | 0,080   | 0,075    | 0,079    |
| 1,7    | 0,092    | —                 | —                 | —       | —        | —        |

Eine geringe Verminderung von  $\gamma_1$  mit wachsender Zeit  $t$  war zu konstatieren, denn es ergab sich, nachdem die Funkenstrecke frisch gereinigt war, bei  $f = 1,7$  mm und Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt,  $w = 0$ :

$$\begin{array}{rcl} t = 10 \text{ sec} & \gamma_1 = 0,061 & \\ t = 0 & 0,071 & \\ t = 10 & 0,057 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \\ \\ \end{array}} \right\} \text{Mittel } 0,059$$

Wiederum nach frischer Reinigung (abgefeilt und mit Alkohol gewaschen) zeigte die Funkenstrecke:

$$\text{Nach } t = 0 \text{ sec} \quad \gamma_1 = 0,059 \qquad \text{Nach } t = 10 \text{ sec} \quad \gamma_1 = 0,056.$$

Derselbe Kondensator  $C_1$  ergab mit noch einer kleineren Selbstinduktion  $L_1$  als Erreger folgendes:

$$r) \quad C_1 : L_1 = 16,9.$$

$C_1 = 2130 \text{ cm}$ ,  $L_1 = 126 \text{ cm}^1$  (1 mm dicker, 1 cm breiter Kupferstreifenkreis von 6 cm Durchmesser),  $\lambda_1 = 32,5 \text{ m}$ .  
 $C_2 = 239 \text{ cm}$ ,  $w_2 = 0,51 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,025$ ,  $a_m = 92 \text{ cm}$ ,  $f = 1,8 \text{ mm}$ .

$$\begin{array}{rcl} t = 0 \text{ sec} & \gamma_1 = 0,092 & \\ & 0,091 & \\ & 0,094 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \\ \\ \end{array}} \right\} \text{Mittel } \gamma_1 = 0,092 \text{ nach } t = 0 \text{ sec}$$

$$\begin{array}{rcl} t = 10 \text{ sec} & \gamma_1 = 0,076 & \\ & 0,079 & \\ & 0,076 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \\ \\ \end{array}} \right\} \text{Mittel } \gamma_1 = 0,077 \text{ nach } t = 10 \text{ sec}$$

*Wichtig für die Praxis der drahtlosen Telegraphie ist vor allem, daß man also selbst bei dem großen Verhältnis  $C_1 : L_1 = 17$  noch ein so kleines Dekrement  $\gamma_1 = 0,08$  realisieren kann. Es würde sich sogar sicher noch kleiner herstellen lassen, wenn bei demselben Verhältnis  $C_1 : L_1$  der Erregerkreis  $L_1$  größer gewählt wäre, weil man dann die Zuleitungen vom Induktor relativ näher an die Funkenstrecke anlegen kann, wodurch nach oben p. 744 das Dekrement  $\gamma_1$  verkleinert wird.*

Um zu versuchen, ob man nicht dadurch noch kleinere Dekremente erzielen kann, daß man jede direkte Verbindung der entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten durch einen festen Isolator vermeidet, weil an seiner Oberfläche vielleicht doch etwas Büschelentladungen stattfinden, auch wenn der ganze Kondensator im Petroleumbade steht, so habe ich einen Kondensator aus 17 Zinkplatten konstruiert (Größe jeder Platte

1) Gemessen durch Messung des  $\lambda$ .

17.26 = 442 cm<sup>2</sup>, Abstand der Platte je 5 mm), von denen 9 Platten, unter sich metallisch verbunden, in dem Glasgefäß des Petroleumbades auf drei kleinen Metallfüßen standen, während 8 Platten, ebenfalls unter sich metallisch verbunden, mittels zweier Ebonitarme frei in den Zwischenräumen zwischen den 9 stehenden Kondensatorplatten aufgehängt waren. Eine Büschelentladung zwischen entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten längs einer festen Verbindung zwischen ihnen hätte also den langen Weg längs der inneren und äußeren Oberfläche des Glasgefäßes des Petroleumbades, längs des Tisches, längs der Stative, an denen die hängenden Platten befestigt waren, und längs ihrer Ebonitarme machen müssen. Daher ist wohl wahrscheinlich, daß bei dieser Anordnung Büschelentladungen gänzlich vermieden sind. In der Tat ergab sich nun ein noch kleineres Dekrement, als vorhin bei q) und r), nämlich ich erhielt <sup>1)</sup>:

$$s) C_1 : L_1 = 6,6.$$

$C_1 = 2500 \text{ cm}^2$  (17 Zinkplatten, teils hängend im Petroleumbad).

$L_1 = 380 \text{ cm}^2$ ,  $\lambda_1 = 61,3 \text{ m}$ .

$C_2 = 1024 \text{ cm}^2$ ,  $w_2 = 0,6 \text{ Ohm}$ ,  $\gamma_2 = 0,066$ ,  $a_m = 77 \text{ cm}$ .

$f = 1,1 \text{ mm}$ , Speisung mit Induktor Nr. III,  $t = 4 \text{ sec}$ .

$$\gamma_1 = 0,068.$$

Dieses Resultat für  $\gamma_1$  war merklich unabhängig von der Speisung des Induktors (mit 8 oder 10 oder 12 Volt ohne Vor-schaltwiderstand) und nahezu unabhängig von der Schließungszeit  $t$  der Meßleitung. Für  $t = 0$  war  $\gamma_1$  etwa nur um 0,02 größer, als für  $t = 4 \text{ sec}$  oder  $t = 10 \text{ sec}$ .

Die Dämpfung wurde auch mit mehreren Thermoelementen von verschiedenem Widerstand  $w_2$  gemessen. Es ergab sich:

| $w_2$    | $\gamma_2$ | $\gamma_1$ | Bemerkungen                         |
|----------|------------|------------|-------------------------------------|
| 0,60 Ohm | 0,066      | 0,068      | Sekundärleitung mit Röhren          |
| 0,51     | 0,056      | 0,081      |                                     |
| 1,96     | 0,150      | 0,074      | Sekundärleitung mit einfachem Bügel |
| 0,96     | 0,089      | 0,103      |                                     |

1) Das oben p. 728 angeführte 2. Beispiel bezieht sich auf diese Anordnung s).

2) Aus 1-Messung abgeleitet.

3) Aus Dimensionen des Schließungskreises (Kreis aus 2 mm dickem Draht von 13 cm Durchmesser) berechnet.

Wie die Tabelle zeigt, ist mit dem Thermoelement von kleinstem Widerstand (0,36 Ohm)  $\gamma_1$  größer gefunden, als mit den anderen Thermoelementen, aber in diesem Falle wurde die Länge der Sekundärleitung durch Verschiebung eines Bügels variiert (ohne Röhrenkonstruktion) und daher ist der Kontakt nicht so sicher, als bei der Röhrenkonstruktion (vgl. oben p. 713),  $\gamma_2$  daher wahrscheinlich etwas größer anzunehmen als 0,039.

Auch in allen den früheren, schon oben angeführten Fällen bei denen ein Aluminiumkondensator in Petroleumbad angewendet ist, und bei denen sehr kleine Dekremente ( $\gamma_1 = 0,05$  bis 0,08) gefunden sind, fehlt eine direkte feste Verbindung zwischen den entgegengesetzt geladenen Platten, indem die Platten an ihren Außenseiten an langen Ebonit- bez. Metallarmen befestigt sind, die zur Befestigung des ganzen Kondensators (Stativ) führen.

*Die direkte Verbindung der Kondensatorplatten mit festen Isoliermassen ist also am besten zu vermeiden, auch wenn sie nur an wenig Stellen und in geringer Ausdehnung angebracht ist.*

#### 7. Versuche mit einem großen Glaskondensator.

Die bisher verwendeten Kapazitäten waren noch nicht sehr groß. Um näher die bei sehr kräftigen Stationen der drahtlosen Telegraphie oder bei großen Teslatransformatoren vorliegenden Verhältnisse zu treffen, habe ich Versuche angestellt mit einem aus 25 Glasplatten (belgisches Isolierglas) aufgebauten Kondensator. Die Platten waren (durchschnittlich) 6,6 mm dick und Quadrate von 60 cm Seitenlänge. Auf beiden Seiten waren (mit Eiweiß, weil sich dies nicht in Petroleum<sup>1)</sup> löst) von dickerem Stanniol Quadrate von 40 cm Seitenlänge aufgeklebt, von denen zwei, in 10 cm Abstand voneinander geführte, je 2 cm breite Lappen metallisch verbunden waren (durch Druckplättchen und Schraubenmutter) mit zwei 6 mm dicken, 18 cm langen Messingdrähten, in die der Erregerkreis aus 3 mm

1) Bei diesen Versuchen wurde kein Petroleumbad angewandt. Ich wollte dasselbe zur Verhütung von Büschelentladungen benutzen. Die Herstellung einer genügend großen Petroleumwanne aus Glas oder Ton erfordert aber so viel Zeit, daß ich diesen Versuch noch nicht anstellen konnte.



dicke Kupferdraht mit Zinkfunkenstrecke eingesetzt wurde. Derselbe hatte eine Länge von 152 cm und etwa 50 cm Durchmesser. Die Kapazität eines solchen Glasplattenkondensators berechnet sich (aus Resonanzversuchen mit einer Meßsekundärleitung<sup>1)</sup> zu durchschnittlich  $C_1 = 1465 \text{ cm}$  (die Dielektrizitätskonstante des Glases ergibt sich daraus zu etwa 7,5). Durch Aufeinanderlegen der Glasplattenkondensatoren, von denen jeder an korrespondierend gleichen Stellen zwei mit den Messingdrähten zu verbindende Stanniollappen trug, konnte die Primärkapazität  $C_1$  vermehrt werden<sup>2)</sup> bis zum 25fachen Betrage, d. h. bis zu  $C_1 = 36\,600 \text{ cm}$ .

Zunächst ergaben Versuche mit einer Platte folgendes:

$$t) \quad C_1 : L_1 = 0,795.$$

$C_1 = 1465 \text{ cm}$  (eine Glasplatte).

$L_1 = 1840 \text{ cm}^2$ ,  $\lambda_1 = 103 \text{ m}$ .

$C_2 = 1800 \text{ cm}$  (die 17 Zinkplatten, welche bei Anordnung a) den Primärkondensator gebildet haben, aber nur teilweise in Petroleum getaucht).

$\omega_1 = 0,825 \Omega$ ,  $\gamma_2 = 0,037^4$ ,  $a_m = 125 \text{ cm}$ .

Speisung mit Induktor Nr. III, ohne Vorschaltwiderstand, mit  $V$  Volt.

Tabelle XXIV für  $\gamma_1$ :

| $f$  | $V = 10$ | $V = 12$ | $V = 14$ |
|------|----------|----------|----------|
| 1 mm | 0,182    | —        | —        |
| 1,5  | 0,142    | 0,141    | —        |
| 2    | 0,144    | 0,138    | 0,137    |
| 3    | —        | 0,143    | —        |
| 5    | —        | 0,141    | —        |
| 9    | —        | 0,165    | —        |

1) Dabei war die Selbstinduktion  $L_1$  ein einfacher Kreis ohne angesetzte Messingdrähte oder Stanniollappen, so daß  $L_1$  genau berechnet werden konnte.

2) Durch besondere Versuche mit Resonanzmeßleitung wurde festgestellt, daß die Kapazität proportional der aufeinandergelegten Plattenzahl zunahm.

3) Berechnet aus  $C_1$ ,  $C_2$  und  $L_2$ .

4) Eine Berechnung von  $\gamma_2$  nach Formel (2) ist statthaft, da Petroleum keine merkliche elektrische Absorption besitzt.

Für die Speisung  $V = 12$  Volt ist also  $f = 2$  mm etwa die günstigste Funkenlänge.  $f = 9$  mm gibt entschieden größeres Dekrement  $\gamma_1$ .

Das Verfahren bei diesen Versuchen war das frühere, daß die Länge  $a$  der Sekundärleitung (Fig. 1) zur Aufnahme der Resonanzkurve verändert wurde, d. h. daß die Selbstinduktion  $L_2$  variiert wurde.

Bei sehr großen  $\lambda$  (für die weiteren Versuche u) mit 25 Glasplatten) ist es nun aber bequemer,  $L_2$  konstant zu lassen, und  $C_2$  zu verändern, was hier einfach durch variable Petroleumhöhe in dem Bade, in welchem der Kondensator  $C_2$  hing, bewirkt werden konnte. Da zwischen den Zinkplatten des Kondensators  $C_2$  nur Petroleum oder Luft als Dielektrikum lag (kein festes Dielektrikum in Gestalt von Schrauben oder Stützen), so konnte sowohl rechnerisch festgestellt werden, um wieviel sich  $C_2$  prozentisch änderte, wenn die Petroleumhöhe um 1 cm verändert wurde, als auch experimentell dadurch, daß bei veränderter Petroleumhöhe wieder die betreffende Länge  $a_m$  der Sekundärleitung bestimmt wurde, bei der sie wieder mit dem Erreger in Resonanz stand. Beide Wege stimmten innerhalb 4 Proz. überein. Ich hätte wohl noch genauere Übereinstimmung beider Zahlen erreichen können, für den vorliegenden Zweck genügt sie aber. Es ergab sich bei  $V = 12$  Volt,  $f = 2$  mm:

|   |                               |                    |
|---|-------------------------------|--------------------|
| Bei Variation von $L_2$ . . . . .             | $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,169$ | $\gamma_1 = 0,132$ |
| " " " $C_2$ . . . . .                         | 0,159                         | 0,122              |
| Dann wieder bei Variation von $L_2$ . . . . . | 0,169                         | 0,132              |

Beide Verfahren führen also zu leidlich guter Übereinstimmung. (Es wurden die Messungen zur Steigerung der Genauigkeit nicht gehäuft, da sie für den vorliegenden Zweck ausreichen). Die Dämpfung war also noch etwas kleiner geworden als in Tab. XXIV.

Nun wurden 25 Glasplatten aufeinander gelegt. Die frühere Sekundärleitung wurde fortgenommen und es wurde als Selbstinduktion  $L_2$  eine Rolle aus 1,5 mm dickem Kupferdraht von 11 Windungen, 20 cm Durchmesser, 3,7 cm Höhe benutzt, an deren Enden zwei 80 cm lange parallele Drähte in 3 cm relativem Abstand  $d$  zum Petroleumkondensator  $C_2$  (17 Zink-

platten, vgl. Anordnung t)) führten. Genau in der Mitte der Rolle war ein kleines (6 mm langes) Thermoelement aus 0,05 mm dicken Konstantan-Eisendrähten (vgl. Fig. 2) angebracht. Sein Widerstand war 0,42 Ohm. Nach der von mir mitgeteilten Formel <sup>1)</sup> berechnet sich die Selbstinduktion der Rolle zu 37 700 cm, die der Paralleldrähte nach der Formel  $L = 2 l \ln(d/\rho)$  ( $l = 160$  cm,  $d = 3$  cm,  $\rho = 1$  mm (Drahtradius)) zu 1310 cm, daher ist  $L_2 = 39 000$  cm. Das Thermoelement zeigte maximale Erwärmung bei der Petroleumhöhe  $h = 9,5$  cm über dem unteren Rand der Zinkplatten. Da die Kapazität derselben ohne Petroleumfüllung 1200 cm betrug, und 1 cm Petroleumhöhe die Kapazität um 46,2 cm vermehrte, so war im Resonanzfall  $C_2 = 1639$  cm. Es wurden nun Beobachtungen angestellt, indem die Petroleumhöhe um 2 cm zu beiden Seiten der Resonanzhöhe variiert wurde. Dadurch ging der Ausschlag des an das Thermoelement angelegten Galvanometers ungefähr auf die Hälfte des Betrages im Resonanzfall zurück.  $\gamma_1 + \gamma_2$  berechnet sich nach Formel (7) p. 716, indem für  $\eta$  das Verhältnis  $\frac{1}{2} \delta C_2 / C_2$  einzusetzen ist, wobei  $C_2$  die Kapazität des Sekundärkondensators im Resonanzfall bedeutet (Petroleumhöhe 9,5 cm),  $\delta C_2$  die Änderung von  $C_2$  durch Veränderung der Petroleumhöhe (auf 7,5 cm bez. 11,5 cm).  $\gamma_2$  berechnet sich nach Formel (3); für  $\lambda$  ergibt sich aus  $C_1$  und  $L_1$ :

$$\lambda = 2\pi \sqrt{C_1 L_1} = 515 \text{ m,}$$

aus  $C_2$  und  $L_2$ :

$$\lambda = 2\pi \sqrt{C_2 L_2} = 502 \text{ m,}$$

also eine Übereinstimmung, die zur Berechnung von  $\gamma_2$  mehr wie ausreichend ist. Die Petroleumhöhen wurden mit einem Kathetometer genau gemessen, sie konnten durch einen mit Hahn versehenen Heber bequem verändert werden.

Folgende Resultate habe ich bei *Speisung der Funkenstrecke mit dem Induktor Nr. III*, bez. dem noch kräftigeren Induktor Nr. IV<sup>2)</sup> erhalten:

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 604, Formel (35). 1902.

2) Er wurde mit demselben Quecksilber-Turbinenunterbrecher betrieben wie Induktor Nr. III. Die Koppelung  $k^2$  zwischen Primär- und Sekundärkreis war bei Speisung mit beiden Induktoren genau die gleiche geblieben.

u)  $C_1 : L_1 = 19,9$ . $C_1 = 36600 \text{ cm}$  (25 Glasplatten). $L_1 = 1840 \text{ cm}$ ,  $\lambda_1 = 508 \text{ m}$ . $C_2 = 1639 \text{ cm}$ ,  $w_2 = 0,42 \Omega$ ,  $\gamma_2 = 0,009$ .

Tabelle XXV.

| $f$    | Induktor III             |       | Induktor IV              |       |                          |       |            |       |
|--------|--------------------------|-------|--------------------------|-------|--------------------------|-------|------------|-------|
|        | $V = 24 \text{ Volt}^1)$ |       | $V = 24 \text{ Volt}^1)$ |       | $V = 20 \text{ Volt}^1)$ |       |            |       |
|        | $\gamma_1$               | $s_m$ | $\gamma_1$               | $s_m$ | A                        |       | B          |       |
|        |                          |       |                          |       | $\gamma_1$               | $s_m$ | $\gamma_1$ | $s_m$ |
| 1,0 mm | 0,216                    | 8,2   | 0,177                    | 10,2  | 0,144                    | 11,2  | 0,175      | 8,9   |
| 1,5    | 0,156 <sup>2)</sup>      | 15,7  | 0,149                    | 14,2  | —                        | —     | —          | —     |
| 2,0    | 0,135                    | 13,5  | 0,134                    | 15,2  | —                        | —     | —          | —     |

Aus der Tabelle scheint hervorzugehen, daß vielleicht die günstigste Funkenlänge zur Erzielung möglichst kleiner Dämpfung  $\gamma_1$  noch über 2,0 mm liegt. Hier lag aber bei Speisung mit  $V = 24 \text{ Volt}$  nahezu die Grenze der Durchschlagskraft der Induktoren. Noch höhere Spannung wollte ich der Akkumulatorenbatterie nicht zumuten, da sie schon bei 24 Volt mit 30 Amp. belastet war. Wesentlich kleiner würde allerdings  $\gamma_1$  nicht zu erwarten gewesen sein.

Die beiden mit A und B überschriebenen Kolumnen unterscheiden sich dadurch, daß bei B die Stromrichtung im Induktor kommutiert wurde, während sie sonst immer die gleiche geblieben war. *Dadurch ist das Dekrement vergrößert worden, der Maximalintegraleffekt  $s_m$  merklich kleiner geworden*, in Übereinstimmung mit oben p. 745.

Bei Speisung von  $f$  mit einem Wechselstromtransformator (derselbe lieferte etwa 35000 Volt bei 120 Volt Spannung des Primärwechselstromes) ergab sich folgendes (die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis war dieselbe, wie in voriger Tabelle, die Funkenstrecke wurde nicht berührt, d. h. nicht frisch gereinigt):

1) Stets ohne Vorschaltwiderstand.

2) Tags zuvor ergab sich  $\gamma_1 = 0,153$ . — Die in der Tabelle angeführten Zahlen sind alle am gleichen Tage erhalten, dicht hintereinander.

Tabelle XXVI.

Funkenspeisung mit Wechselstromtransformator.

 $V$  Spannung des primären Wechselstromes in Volt. $\Omega$  Vorschaltwiderstand im Primärstrom in Ohm.

| $f$    | $V = 80, \Omega = 1$ |       | $V = 80, \Omega = 0$ |                    | $V = 120, \Omega = 0$   |       |
|--------|----------------------|-------|----------------------|--------------------|-------------------------|-------|
|        | $\gamma_1$           | $s_m$ | $\gamma_1$           | $s_m$              | $\gamma_1$              | $s_m$ |
| 1,0 mm | —                    | —     | 0,204                | 12,7               | —                       | —     |
| 1,5    | —                    | —     | 0,159                | 19,4               | —                       | —     |
| 2,0    | 0,155                | 26,1  | 0,154 <sup>1)</sup>  | 23,8 <sup>1)</sup> | 0,160                   | 26,6  |
| 2,5    | —                    | —     | 0,141                | 34,3               | —                       | —     |
| 3,0    | Funken setzen aus    |       | 0,134                | 30,4               | 0,145                   | 41,6  |
| 4,0    |                      |       | Funken setzen aus    |                    | 0,135                   | 53,7  |
| 4,5    |                      |       |                      |                    | 0,139                   | 57,3  |
| 5,0    |                      |       |                      |                    | Funken setzen öfter aus |       |

Nach frischer Reinigung der Funkenstrecke ergab sich bei  $f = 3$  mm,  $V = 100$  Volt,  $\Omega = 0$  Ohm:  $\gamma_1 = 0,125$ ,  $s_m = 52,2$ . Es ist also durch Reinigung der Funkenstrecke  $\gamma_1$  verkleinert,  $s_m$  gewachsen.

Diese bei Funkenspeisung mit dem Hochspannungstransformator gewonnenen Resultate schließen sich den bei Funkenspeisung mit Induktoren gewonnenen an, indem das Dekrement  $\gamma_1$  für Funkenlängen  $f$  etwas unterhalb der Funkengrenze kleinste, der Integraleffekt  $s_m$  größte Werte erreicht. Die oben p. 746 befürchtete Schädlichkeit des Wechsels der Anfangsstromrichtung in der Funkenstrecke  $f$  macht sich nicht geltend, man kann also auch bei Funkenspeisung mit Wechselstromtransformator sehr geringe Dekremente erzielen, z. B. selbst bei dem großen Verhältnis  $C_1 : L_1 = 20$ ,  $C_1 = 36600$  cm, trotz Anwendung von Glaskondensatoren, bei denen Büschelentladung an den Stanniolrändern nicht durch ein Petroleumbad vermieden war<sup>2)</sup>, den Wert  $\gamma_1 = 0,125$  bei frisch gereinigter Funkenstrecke.

1) Mittel aus den zu verschiedenen Zeiten innerhalb der Versuchsreihe gewonnenen Zahlen:

|                    |              |
|--------------------|--------------|
| $\gamma_1 = 0,150$ | $s_m = 26,5$ |
| 0,148              | 25,9         |
| 0,163              | 19,0         |

2) Durch ein solches hätte sich wahrscheinlich  $\gamma_1 = 0,10$  mindestens erzielen lassen. Ich denke darüber später zu berichten.

Daß die Integraleffekte  $s_m$  bei Anwendung des Hochspannungstransformators wesentlich größer sind als bei Funkenspeisung durch Induktoren, ist durch die größere Funkenhäufigkeit (Wechselzahl der speisenden Wechselstrommaschine und wahrscheinlich größere Anzahl von Partialentladungen) herbeigeführt. Abgesehen hiervon *bietet die Funkenspeisung mit einem Hochspannungstransformator keinen Vorteil vor einem mit Quecksilber-Turbinenunterbrecher betriebenen Induktor, die einzelnen Ausschläge  $s$  des Integraleffektes zeigten bei beiden Anordnungen ungefähr dieselben prozentischen Unregelmäßigkeiten* (bis etwa zu 10 Proz.).

#### 8. Der Widerstand der Funkenstrecke.

Wie schon eingangs bemerkt wurde, ist der Widerstand der Funkenstrecke keine dem Funken individuelle Größe, da sie sehr stark von Kapazität und Selbstinduktion abhängt. Zur Illustration dieses Satzes will ich aus dem beobachteten Dekrement  $\gamma_1$  nach Formel (1) einige Funkenwiderstände berechnen, wobei ich aber nur die Beobachtungen mit Petroleumkondensatoren verwenden will, weil bei Anwendung von Glaskondensatoren Hysteresis im Glase und Büschelentladungen an den Rändern der Stanniolbelegungen wesentlich Einfluß außer dem Funkenwiderstande auf das Dekrement  $\gamma_1$  ausüben.

Im allgemeinen wächst der Funkenwiderstand  $w$  mit Abnahme der Kapazität  $C_1$ . Wie dieser Satz sich umkehren kann durch stark verschiedene Selbstinduktion  $L_1$ , zeigt

$$\begin{array}{l} \text{Anordnung b) } \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 161 \text{ cm}, \quad L_1 = 297 \text{ cm}, \quad f = 1,5 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0,073, \quad w = 0,94 \text{ Ohm} \end{array} \right. \\ \text{und} \\ \text{Anordnung e) } \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 196 \text{ cm}, \quad L_1 = 1545 \text{ cm}, \quad f = 1,5 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0,050, \quad w = 1,34 \text{ Ohm} \end{array} \right. \end{array}$$

Ferner zeigt die starke Beeinflussung des  $w$  durch  $L_1$ :

$$\begin{array}{l} \text{Anordnung q) } \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 2130 \text{ cm}, \quad L_1 = 297 \text{ cm}, \quad f = 1,3 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0,075, \quad w = 0,27 \text{ Ohm} \end{array} \right. \\ \text{und} \\ \text{Anordnung r) } \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 2130 \text{ cm}, \quad L_1 = 126 \text{ cm}, \quad f = 1,8 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0,092, \quad w = 0,21 \text{ Ohm} \end{array} \right. \end{array}$$

Obwohl also bei r) die Funkengröße  $f$  größer war als bei q), so ist doch  $w$  kleiner als bei q).<sup>1)</sup>

1) Dabei habe ich sogar für q) die Verhältnisse zugrunde gelegt, die den kleinsten Widerstand  $w$  ergeben haben.

Sehr kleine Funkenwiderstände zeigen diese Anordnungen q) und r) nach  $t = 10$  sec. So ergibt z. B. r) bei

$$f = 1,8 \text{ mm: } w = 0,18 \text{ Ohm.}$$

Verhältnismäßig große Funkenwiderstände ergeben sich natürlich bei kleinen Kapazitäten  $C_1$ . So ergibt Anordnung d) bei  $C_1 = 44 \text{ cm}$ ,  $L_1 = 297 \text{ cm}$  und  $f = 1,4 \text{ mm}$ , für welches  $w$  sogar noch das Minimum zeigt,  $\gamma_1 = 0,084$ ,  $w = 2,1 \text{ Ohm}$ .

Bei allen Beobachtungen<sup>1)</sup> schwankt der Funkenwiderstand  $w$  zwischen diesen Grenzen  $w = 2 \text{ Ohm}$  und  $w = 0,2 \text{ Ohm}$ , dabei ist die Funkenlänge annähernd immer dieselbe  $f = 1,5 \text{ mm}$ . Die Schwankung wird dabei nur durch die Verschiedenheit von  $C_1$  und  $L_1$  herbeigeführt, d. h. es hat keine Hysteresis oder Büschelentladung Einfluß auf die berechneten Funkenwiderstände.

#### 9. Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Für jeden Kondensatorkreis mit Funkenstrecke gibt es einen gewissen Bereich von Funkenlängen  $f$  (die etwas vom Speiseinduktor abhängen können<sup>2)</sup>), welcher minimale Dämpfung ergibt. Innerhalb dieses Bereiches der Funkenlängen hängt das Dekrement  $\gamma_1$  kaum merklich von der Funkenlänge ab und kann bei allen Schwingungskreisen (mit sehr verschiedener Kapazität  $C_1$  und Selbstinduktion  $L_1$ ) annähernd auf denselben Wert gebracht werden, wenn die Funken durch einen Induktor nicht zu schwach oder zu kräftig<sup>3)</sup> gespeist werden, und wenn der Kondensator keine Hysteresis oder Büschelentladungen zeigt.

2. Dieser annähernd konstante Minimumwert des logarithmischen Dekrements  $\gamma_1$  liegt bei Zinkelektroden und kleinen Funkenlängen  $f$  ( $f$  etwa  $1-2 \text{ mm}$ <sup>4)</sup>) zwischen  $\gamma_1 = 0,05$  bis  $\gamma_1 = 0,08$ . Dabei konnte sogar das Verhältnis  $C_1 : L_1$  den großen Wert 17 besitzen. Wesentlich zur Erzielung so kleiner Dekremente ist vor allem, die Funkspeiseleitung möglichst

1) Ich ziehe nur die Verhältnisse heran, bei denen  $\gamma_1$  ein Minimum zeigt.

2) Bei kräftiger Funkspeisung sind sie größer als bei schwacher.

3) Große Kapazitäten  $C_1$  erfordern kräftige, kleine  $C_1$  schwächere Funkspeisung.

4) Bei sehr großem  $C_1$  und sehr kräftiger Funkspeisung liegt  $f$  höher, z. B. bei  $f = 4 \text{ mm}$ , vgl. Tab. XXVI, p. 763.



nahe am Funken anzulegen. — Zuführungsfunkenstrecken (Righispeisung) sind (bei Funken in Luft) zu vermeiden.

3. Als Erregerkondensator  $C_1$ , der keine Hysteresis oder Büschelentladungen besitzt, dienen am besten Metallplatten in Petroleum (oder geeignetem Öl), bei denen eine direkte Verbindung der entgegengesetzt geladenen Metallplatten durch feste Isolatoren vermieden sind. (Eine derartige Konstruktion ist im Text angegeben, sie läßt sich leicht durch ähnliche, praktisch noch leichter aufzubauende ersetzen.)

4. Zinkelektroden zeigen die geringen Dämpfungsdekremente auch noch nach längerem Gebrauch ohne Reinigung. Frische Reinigung erhöht (nach kurzer Zeit) etwas die Aktivität der Funken, d. h. macht das Dekrement  $\gamma_1$  kleiner, den Integraleffekt in einem Resonanzkreis größer. Bei kleinen Kapazitäten  $C_1$  macht sich eine Verminderung des  $\gamma_1$  während des Funkenspiels bemerklich. Bei Funkenspeisung mit Induktorien erhöht ein Wechsel der Stromrichtung das Dekrement  $\gamma_1$ . Funkenspeisung mit Wechselstromtransformatoren wirkt ebenso günstig (aber nicht besser) als Speisung mit Induktorien. Tesla-speisung der Funkenstrecke empfiehlt sich nur bei sehr kleinen Erregerkapazitäten  $C_1$ . Die Funken lasse man dann unter Petroleum (oder Öl?) überschlagen.

5. Der Integraleffekt des Erregerkreises in einem Resonanzkreis nimmt mit wachsender Funkenlänge  $f$  zunächst zu, dann ab. Der Integraleffekt wird durch die Kräftigkeit der Funkenspeisung wesentlich erhöht (durch erhöhte Anzahl der Partialentladungen). Die Funkenlänge  $f$ , welche den größten Integraleffekt ergibt, liegt bei kräftiger Funkenspeisung meist bei etwas kleineren Werten  $f$ , als sie den kleinsten Dekrementen  $\gamma_1$  entspricht, bei schwächerer Funkenspeisung ungefähr bei denselben Werten von  $f$ , die auch das kleinste Dekrement  $\gamma_1$  ergeben. Der Integraleffekt hängt viel mehr von der Funkenlänge ab als das Dekrement  $\gamma_1$ .

6. Um größte Integraleffekte zu erzielen, muß man sehr kleine Funkenlängen  $f$  benutzen.<sup>1)</sup> (Selbst bei der Kapazität

1) Die besten Werte von  $f$  bei verschiedenen Funkenspeisungen und verschiedenen  $C_1$  und  $L_1$  ergeben sich aus den mitgeteilten Beobachtungen. Daß bei der drahtlosen Telegraphie bisher mit viel größeren Funkenlängen gearbeitet wird, wird sich dadurch erklären, daß der bisher



$C_1 = 36600$  und sehr kräftiger Speisung, etwa  $f = 5$  mm, bei kleineren  $C_1$  viel kleinere  $f$ , etwa  $f = 1,5$  mm, vgl. die Tabellen.)

7. Der aus dem Dekrement  $\gamma_1$  berechnete Funkenwiderstand  $w$  hängt sehr wenig von der Funkenlänge  $f$  ab<sup>1)</sup>, aber sehr stark von der angelegten Kapazität  $C_1$  und von der Selbstinduktion  $L_1$  des Schließungskreises;  $w$  wird mit wachsendem  $C_1$  und abnehmendem  $L_1$  kleiner. Für großes  $C_1$  und kleines  $L_1$  konnte z. B. bei  $f = 1,8$  mm  $w = 0,18$  Ohm erzielt werden, für kleines  $C_1$  und größeres  $L_1$  ergab sich  $w = 2,1$  Ohm bei  $f = 1,4$  mm. Auch bei konstanter Funkenspeisung, konstanter Kapazität  $C_1$  und Funkenlänge  $f$  hängt der Widerstand  $w$  der Funkenstrecke sehr stark von der Selbstinduktion  $L_1$  des Schließungskreises ab.

fast ausschließlich angewandte Kohärer nicht auf den Integraleffekt reagiert, sondern auf die Maximalamplitude.

1) Innerhalb eines gewissen Bereiches von Funkenlängen, innerhalb dessen  $\gamma_1$  nahezu konstant ist.

(Eingegangen 2. Oktober 1904.)

#### 4. *Strahlung von Spulen;* *von Eugen Nesper.*

(Auszug aus der Rostocker Dissertation.)

1. Diese Arbeit, welche auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. Wachsmuth unternommen wurde, bezweckt die Ausstrahlung von Spulen unter verschiedensten Bedingungen experimentell festzustellen. Ein solches Vorgehen ist deshalb gerechtfertigt, weil zurzeit einige Phänomene, die sich bei der drahtlosen Telegraphie in ihrer technischen Anwendung gezeigt haben, noch nicht genügend geklärt sind. Gewisse Eigenschaften, welche Hr. Uller<sup>1)</sup> aus theoretischen Erwägungen gefolgert hat, wurden im folgenden experimentell nachgewiesen. Das ist einmal das Verschwinden oder Wiederkehren der Ausstrahlung in die Ferne bei gleichsinnig oder ungleichsinnig gewickelten Spulen. Außerdem war die Periodizität der Windungszahl von der Theorie vorausgesagt und konnte ebenfalls experimentell festgestellt werden. Daneben traten noch andere Erscheinungen auf, welche nicht ohne Bedeutung zu sein schienen.

Den Ausgangspunkt der Versuche bildet ein Vergleich der Ausstrahlung eines geradlinig ausgespannten Drahtes mit derjenigen desselben Drahtes in Spulenform. Weiter wurden die Eigenschaften von gleichsinnig oder ungleichsinnig gewickelten Spulen untersucht, welche oben angegeben sind. Hierauf wurden die Ausstrahlungen bei Veränderung der Windungszahl und bei der auf den Erregerkreis abgestimmten Spule festgestellt. Diesen Ermittlungen folgt die Angabe einer neuen Methode, die Eigenwellenlänge einer Spule mit Hilfe eines Spiegels experimentell zu bestimmen. Zum Schluß ist das Dielektrikum in und außerhalb der Spulen verändert und die dabei auftretenden Strahlungen gemessen.

---

1) K. Uller, Inaug.-Diss. Rostock 1903.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Die gestrichelt gezeichneten Leitungen gelten für den Abstimmungsversuch.

Besondere Sorgfalt wurde dem Tropföszillator zugewandt, so daß dieser geringe Abnutzung und schwache Eigenstrahlung besaß. An die Enden der aus Rundkupfer hergestellten, an der Funkenübergangsstelle verstärkten Oszillatorspitzen wurden die Antennen bez. Spulen angelötet. Für regelmäßig zu- und abfließendes Petrol war durch Anbringung von zwei Glas-

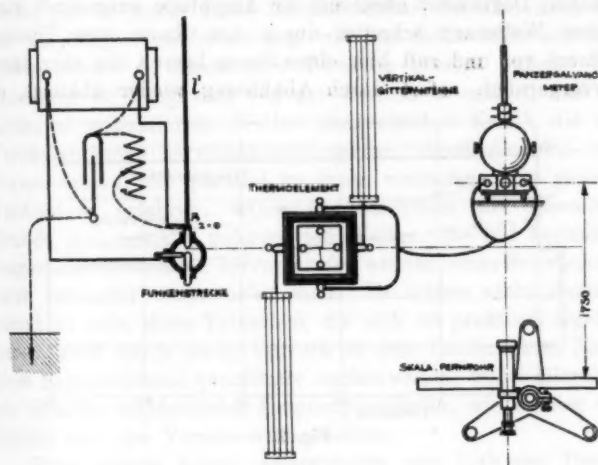


Fig. 1.

hähnen gesorgt. Die Beeinflussung und Wirkungsweise des Oszillators ist für verschiedene Füllungen in Fig. 2 dargestellt.

Die hohe innere Dämpfung von Spulen erfordert zur Messung der ausgestrahlten Energie einen sehr empfindlichen Detektor. Als solcher bewährte sich die Klemenčičsche Anordnung des Thermoelementes in einer etwas modifizierten Form: die Ebenen der Drähte wurden senkrecht aufeinander gestellt, eine konstante Punktberührung war dadurch gesichert. Thermoelement und Gitterantennen waren auf einem leichtbeweglichen Stativ befestigt.

Von vornherein konnte die Beobachtung gemacht werden,

daß das Panzergalvanometer (Empfindlichkeit von  $10^{-13}$ ) im Empfängerkeis bei Anwendung von Kapazität im Erregerkreis einen geringeren Ausschlag registrierte als ohne denselben. Die Vermutung, daß das Thermoelement auf quadratische Mittelwerte des Stromes reagiert, wird durch folgende Betrachtung herbeigeführt: in den Flaschen wird die Energie lange angesammelt, die Elektrizitätsmenge wächst, bis schließlich in der Funkenstrecke das Dielektrikum durchbrochen wird, ein Wellenzug (Antenne) mit anfangs großer, mit dem logarithmischen Dekrement abnehmender Amplitude ausgesandt wird. Dieser Wellenzug schreitet durch den Raum zum Thermoelement vor und ruft hier einen Strom hervor, der aber, kaum hervorgerufen, sofort durch Abkühlung wieder abklingt, da

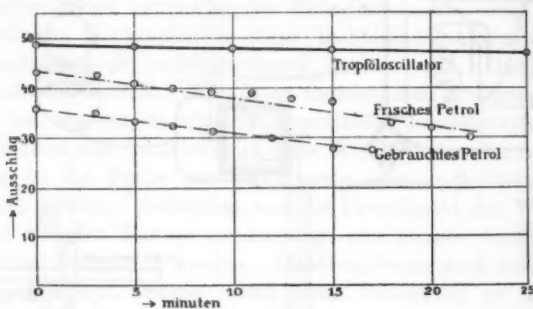


Fig. 2.

lange Zeit verstreicht, bis die Flaschen wieder so weit aufgeladen sind, daß ein neuer Funkenübergang stattfindet. Wenn hingegen keine Kapazität (von der Kapazität der Drähte, Funkenstrecke kann hier abgesehen werden) im Erregerkreis vorhanden ist, findet ein viel rascherer Funkenwechsel statt, die Energieausstrahlungen sind bedeutend geringer wie beim Flaschenkreise, folgen sich aber dafür zeitlich um so schneller, der Wärmestrom im Element ist kontinuierlicher, die Drähte haben nach jedem Wellenzuge nicht mehr genügend Zeit, sich abzukühlen. In der praktischen Telegraphie kommt es zur Überbrückung der großen Entfernungen vor allem darauf an, spontan große Energiequanta in den Raum zu strahlen. Auf diese Energien, in der Spannungsform, spricht der Kohärer

an. In diesem Unterschiede zwischen Thermoelement und Kohärer liegt die Begründung der zuerst frappierenden Tatsache, daß der Flaschenkreis weniger gute Resultate beim Thermoelement liefert, wie er umgekehrt beim Kohärer eine derartige Empfindlichkeit ermöglicht, daß dieser auf 5000 km Entfernung und mehr anspricht.

2. In Theorie und Praxis ist in letzter Zeit vielfach darauf hingewiesen worden, daß man mit Vertikalantennen bedeutend günstiger arbeite wie mit horizontal ausgespannten Drähten. Dieses gilt in erster Linie für den Geber, ist aber auch für den Empfänger von Bedeutung, wie das die letzthin auf dem „Carlo Alberto“<sup>1)</sup> angestellten Versuche gezeigt haben. Die günstigere Wirkung wird von der Theorie so erklärt, daß die horizontal polarisierten Wellen (magnetischer Kraft), die mit Vertikalantennen hervorgebracht werden, durch die Erd- und Wassermassen, die parallel zu ihnen verlaufen, eine gewisse Verdichtung erfahren, während andererseits aus demselben Grunde die vertikal polarisierten Wellen, die mit horizontal ausgespannten Drähten hervorgerufen werden, einer Schwächung ihrer Intensität unterworfen sind. Es schien nicht uninteressant zu sein, diese Tatsachen, die sich oft praktisch ergeben haben, auch durch einen Versuch in dem beschränkten Raum eines Laboratoriums quantitativ nachzuweisen, wobei allerdings ein derartig empfindlicher Empfangsindikator, wie er hier vorhanden war, die Voraussetzung bildet.

Zwei gerade *blanke Kupferdrähte* von 1,48 mm Durchmesser und je 50 cm Länge wurden seitlich vertikal und darauf horizontal an die Funkenstrecke angelötet. Als Empfänger dienten genau gleich lange und gleich dicke Drähte, welche vertikal und horizontal am Thermoelement befestigt wurden. Die Entfernung zwischen Geber und Empfänger wurde verändert und die hierbei erhaltenen Ausschläge in Fig. 3 aufgetragen. So erhielt man eine Kurve für Vertikalantennen und eine solche für Horizontalantennen. Letztere zeigt kleinere Werte, und zwar ist die Übertragung bei der vertikalen Anordnung im Mittel 5 Proz. günstiger als die bei der horizontalen Antennenrichtung. Da namentlich bei der letzteren An-

1) Righi-Dessau, p. 472.

ordnung die Isolatoren (Befestigung der Funkenstrecke, diese selbst sowie alle benachbarten Körper) nach den Untersuchungen von Hertz einen gewissen Einfluß auf die Energieausstrahlung ausüben, wäre dieser Einfluß eigentlich exakt in Rechnung zu ziehen. Man kann aber hiervon absehen, wenn man bedenkt, daß die Anordnung stets wieder in der alten Weise hergestellt wurde. Die Werte für die Eigenstrahlung der Funkenstrecke sind aus der punktierten, untersten Kurve zu ersehen. Es sind immer die Mittelwerte aus je vier Messungen gebildet.

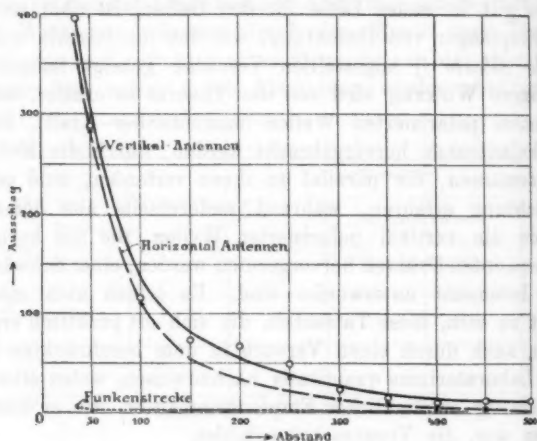


Fig. 3.

Das polarisierte Feld, welches von einer *Spule* in der  $x$ -Richtung (vgl. Fig. 5) ausgestrahlt wird, stellt zur Bedingung, daß bei horizontaler Spulenanordnung die Empfangsantennen vertikal aufgestellt werden, um eine Messung der ausgestrahlten und übermittelten Energie vornehmen zu können. Da der zur Spule aufgewickelte Draht vermöge seiner Elastizität sich selbst zu tragen vermag, ohne Verbiegungen in sich zu erleiden, konnten die Spulenantennen freitragend an die Funkenstrecke angelötet werden. Dieses ist deshalb günstig, weil durch benachbarte Körper (Kapazitätsvermehrung) die Resultate sehr verschleiert werden.

Untersucht wurde ein blanker, geradlinig vertikal ausge-

gespannter Kupferdraht von 1,48 mm Durchmesser und je nach oben und unten 100 cm Länge. Die Entfernung zwischen Geber und Empfänger wurde variiert, und die so erhaltenen Werte unter  $A$  eingetragen. [Im folgenden bedeuten:  $A$  = geradlinig ausgespannter Draht,  $B, B, b$  = ungleichsinnig gewickelte (negative) Strahlungsspulen,  $C$  = gleichsinnig gewickelte (positive) strahlungslose Spulen,  $F$  = Funkenstrecke (ohne Antennen).] Darauf wurden dieselben Drähte zu negativen Spulen aufgewickelt, mit einem inneren Durchmesser von 14 mm. Beide Spulen wurden horizontal an die Funkenstrecke angelötet und bei Variation der Entfernung die Wirkung des Gebers für jede Stellung mit und ohne Spulen festgestellt. Die so gefundenen Werte sind mit  $B$  bezeichnet. Sodann wurde derselbe Draht auf einen Durchmesser von 8 mm gewickelt, und bei gleichem Vorgehen die Ausstrahlung gemessen und unter  $B$  vermerkt. Schließlich wurde der Draht auf 30 mm Durchmesser gewickelt, und hierbei die entsprechenden Werte aufgesucht und unter  $b$  notiert. Es lag jedesmal genau Windung an Windung, so daß die theoretische Forderung einer unendlich kleinen Steigung nahezu erfüllt war. Damit keine direkten Funkenübergänge zwischen den Windungen stattfinden konnten, wurden die Spulen über einem Bunsenbrenner erwärmt, dann in Schellacklösung getaucht und so genügend isoliert. Im Dunklen konnten bei den auf diese Weise isolierten Spulen zwischen den einzelnen Windungen keine Funkenübergänge wahrgenommen werden, während bei den nicht isolierten Spulen, namentlich nach den Enden zu starke Funkenübergänge zu bemerken waren.

Diskussion: Die Strahlung des geradlinig ausgespannten Drahtes war so groß, daß bei einem Abstände von 100 cm zwischen Geber und Empfänger das Galvanometer einen Ausschlag von fast 900 Skt. aufwies. Dieser Ausschlag ist ein Kennzeichen der Empfindlichkeit des Thermoelementes in der neuen Schaltung und des Panzergalvanometers. Der günstigste Ausschlag, der mit Spulen in dieser Entfernung erhalten wurde, betrug indessen nur 8,25 Skt. (wobei schon 2,5 Teilstriche der Fehlerquelle abgezogen sind), also noch weniger wie den hundertsten Teil. Das Resultat ist also folgendes: Der geradlinig ausgespannte Draht sendet bei sonst gleichen Verhält-

nissen etwa hundertmal mehr Energie aus, als er zur Spulenform aufgewickelt ausstrahlt.

Fig. 4 zeigt ferner, daß die Strahlung sich um so günstiger gestaltet, je kleiner der Durchmesser der Spule, also je größer die Spulenlänge und Windungszahl (bei konstanter Spulendrahtlänge) ist. Man bemerkt außerdem, daß anfangs der absolute Ausstrahlungswert der Spule geringer ist, wie derjenige der

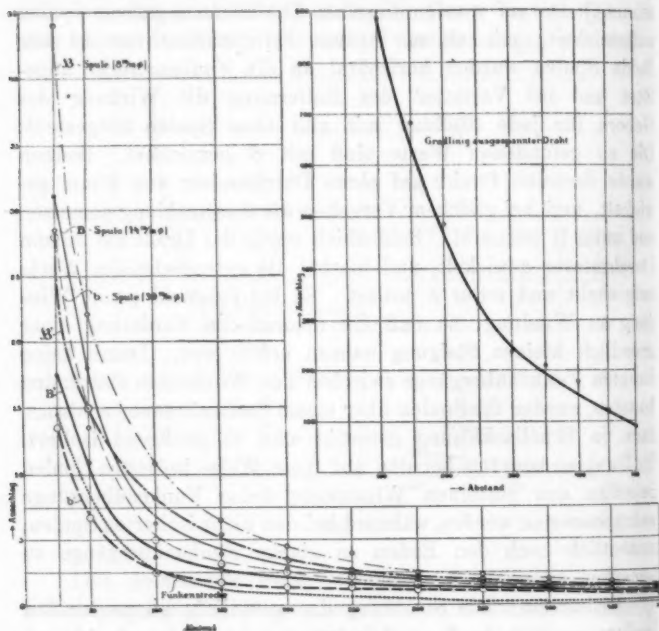


Fig. 4.

Funkenstrecke an sich. Nachdem etwa 30 aufgenommene Kurven nach dem bekannten Polytropenverfahren analysiert waren, konnte folgendes festgestellt werden: In unmittelbarer Nähe der Antenne (im vorliegenden Falle bis etwa zu 12 cm Entfernung) nimmt die Strahlung proportional der Entfernung ab. Im weiteren Verlauf der Kurve gelangt man in ein Gebiet, in welchem der Exponent  $k$  in der Polytropengleichung  $m \cdot r^k = \text{konst.}$  von 1 anfangend immer größere Werte annimmt,



bis schließlich von etwa  $100 \text{ cm} \sim \frac{1}{4}$  Wellenlänge an  $k$  sich immer mehr der 2 nähert, so daß man annehmen kann, daß das Newtonsche Gesetz, daß die Wirkung umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ist, auch für diesen Teil des Spektrums, in welchem die langen Wellen elektrischer Störung vor sich gehen, seine Gültigkeit behält.

Für Spulen war der kleinste Wert, den ich erhielt,  $k = 1,09$ . Der Charakter der Spulenstrahlung (Figg. 4, 6, 10, 11, 13) ist dem der geradlinigen Antenne sehr ähnlich, nur nehmen die Ausstrahlungswerte bei der Spule viel schneller ab, wie diejenigen beim geradlinig ausgespannten Draht.

3. Die Fernwirkung zweier gleichsinnig (positiv) gewickelter, beiderseits an die Funkenstrecke angeschlossener Spulen ist gleich Null, da die Grundschiwingung eines derartigen Spulensystems keine Fernwirkung auszuüben vermag, weil beide Feldvektoren  $I_x$  und  $I_y$  Null werden.

Anders hingegen verhält sich ein ungleichsinnig (negativ) gewundenes Spulenpaar. Hierbei wird, wenn die Emission in Richtung der  $x$ -Achse stattfindet, nur der Vektor  $I_y = 0$ , während der Vektor  $I_x$  einen positiven Wert annimmt. Nach Uller<sup>1)</sup> ist  $I_x = 2 C_b \cdot R \cdot 2 n \cdot \sin(2 n)$ .

Die Grundschiwingung einer so gewickelten Spule erzeugt in

der Ferne ein Feld, welches mit demjenigen eines geradlinig ausgespannten Drahtes merklich übereinstimmt. Der Nachweis dieser Behauptung ist oben erbracht worden. Aus den dort wiedergegebenen Versuchen erkennt man aber auch, daß diese Wirkung nicht erst in einem Abstände zur Geltung kommt, der ein Vielfaches der Spulenwellenlänge ist (dann könnten die Versuche nur in sehr ausgedehnten Räumen vorgenommen werden), sondern daß vielmehr die Wirkung schon viel früher eintritt, bei den im vorliegenden benutzten Anordnungen bereits von etwa 50 cm an.

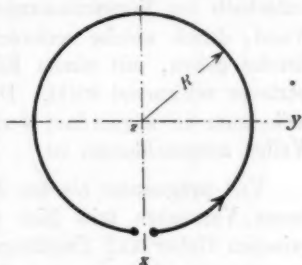


Fig. 5.

1) Vgl. K. Uller, l. c., sowie meine Dissertation p. 11.

Bei den Versuchen, die nun folgen, sind die Unterschiede hinsichtlich der Ausstrahlung subtilerer Natur, hierzu kommt noch eine Reihe von Fehlern, welche anfangs das Resultat sehr verschleierten, einen Einblick in quantitative Unterschiede kaum ermöglichten. Nur das eine konnte gleich bei der ersten oberflächlichen Messung festgestellt werden, daß nämlich qualitativ die Spule bei der negativen Wicklungsart mehr Energie ausstrahlte, wie bei der positiven Wicklung.

Die in Frage kommenden Fehler rühren her: von der Eigenstrahlung der Funkenstrecke, von den langen Wellen elektrischer oder magnetischer Art der Zuleitungsdrähte, der Sekundärinduktorspule, des Induktoreisens. Diese Strahlungen beeinflussen teils den Empfänger, teils sogar die Meßinstrumente. Diese Nebenstrahlungen ganz zu beseitigen ist nicht gelungen. Es wäre hierzu erforderlich, daß das Induktorium außerhalb des Versuchsraumes aufgestellt würde und daß die Wand, durch welche senkrecht die Zuleitungen zur Funkenstrecke gehen, mit einem Eisenblech bedeckt wäre, so daß letzteres schirmend wirkt. Der Sender könnte dann im Versuchsraum so angeordnet werden, daß die Bildung stehender Wellen ausgeschlossen ist.

Viel prägnanter als bei den im vorigen Kapitel beschriebenen Versuchen tritt hier der Unterschied des Abstandes zwischen Geber und Empfänger in Wirkung. Theoretisch ist zu erwarten, daß von der Entfernung  $2\pi(\omega/v)$  an, also etwa von einer Wellenlänge an die Strahlung der positiv gewickelten Spule verschwindet, die der negativ gewickelten einen gewissen Betrag hat. Die Wellenlängen der beiden untersuchten Spulen ergeben sich nach der Drudeschen Formel für freie Spulen mit Stromknoten am Ende:  $\frac{1}{2}\lambda = l \cdot f(h/2r, g/\delta, \epsilon)$  zu 230 cm und 496 cm. Von diesen Entfernungen an müßte also eine Verschiedenheit bez. ein Verschwinden der Strahlung eintreten. Der Versuch (vgl. Fig. 6) zeigte aber, daß in beiden Fällen ein derartiger Unterschied bei 300 cm eintrat. Man könnte vermuten, daß hier stehende Wellen den Grund zu dieser Erscheinung bilden; indessen änderte ein Ortswechsel des Gebers an dem Vorgange nichts.

Spulendimensionen der B- und C'-Spulen: Mit Baumwolle

umspannter Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); Windungszahl = 39; Spulendurchmesser = 14 mm.

Spulendimensionen der *B'*- und *C'*-Spulen: Derselbe Draht; Windungszahl = 76; Spulendurchmesser = 8 mm.

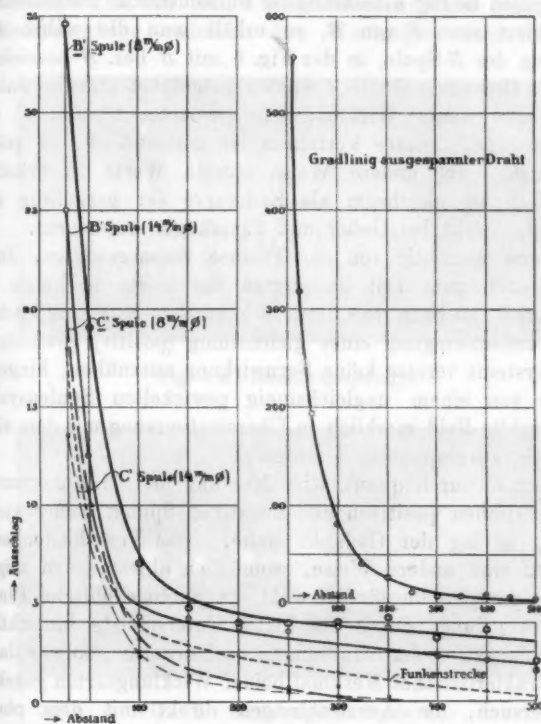


Fig. 6.

Auch aus diesen Kurven geht hervor, daß die Spule mit dem kleineren Durchmesser mehr Energie ausstrahlt, wie diejenige mit dem größeren Durchmesser.

Zur Ausführung der Versuche selbst ist noch zu bemerken, daß es mit Rücksicht auf die Fehlerquellen erforderlich war, für jeden Abstand je drei Messungen vorzunehmen. Zunächst wurde die Strahlung der Strahlungsspule *B* gemessen, dann

diese Spulen von der Funkenstrecke abgelötet und an ihre Stelle die strahlungslosen Spulen gesetzt. Bei derselben Geber- und Empfängerentfernung wurde für diese der Ausschlag bestimmt ( $C$ ), und schließlich in derselben Weise, nach Ablötung der strahlungslosen Spulen die Eigenstrahlung der Funkenstrecke festgestellt ( $F$ ). Subtrahiert man  $F$  von  $B$ , so erhält man die wahre Ausstrahlung der  $B$ -Spule, in der Fig. 6 mit  $B'$  bez.  $B'$  bezeichnet. Dieselbe Operation für die  $C$ -Spulen ausgeführt, gibt die wahren Strahlungen dieser Wicklungsart, die unter  $C'$  und  $C'$  eingetragen sind. Dieses Verfahren ist umständlich, es gelang aber nicht, auf andere Weise exakte Werte zu erhalten. Schließlich ist gleichsam als Eichkurve der geradlinig ausgespannte Draht bei Geber und Empfänger untersucht.

Wenn man die von der Theorie vorausgesagten, durch den Versuch zum Teil bestätigten Ergebnisse nochmals zusammenfaßt, so kann man diese in folgendem Satz aussprechen: Die Grundschwingung eines gleichsinnig (positiv) gewundenen Spulensystems vermag keine Fernwirkung auszuüben; hingegen ist das von einem ungleichsinnig gewickelten Spulensystem ausgestrahlte Feld merklich in Übereinstimmung mit dem eines geradlinig ausgespannten Drahtes.

War so durch quantitative Messung der Strahlungsunterschied zwischen positiven und negativen Spulen nachgewiesen worden, so lag der Gedanke nahe, diese Verschiedenheiten noch auf eine andere Weise, womöglich objektiv, zu zeigen. Am geeignetsten hierfür ist wohl die photographische Platte. Wenn es gelang, durch die Platte Unterschiede hinsichtlich der Konfiguration der Strahlungen nachzuweisen, so war damit ein charakteristisches Merkmal beider Wicklungsarten gegeben. Der Versuch, die Ausstrahlungen direkt mit dem photographischen Apparat aufzunehmen, mißlang, da die feinen, sich hierbei ergebenden Unterschiede zu unsicher und unbestimmt waren, um als Beweis dienen zu können. Es wurden daher die Spulen direkt auf die Trockenplatte gelegt und von oben durch eine Glasscheibe leicht angedrückt, um ein sicheres Aufliegen sämtlicher Windungen zu bewirken. Platte und Spule wurden von einem Pappkasten eingeschlossen, durch dessen eine von einem Glasrohr durchbohrte Wand der Spulendraht hindurchging. Der Kasten schützte die Emulsion vor einer

Bestrahlung durch die Funkenstrecke oder den Unterbrecherfunken des Induktoriums. Die Spulen selbst bestanden aus 1 mm starkem, nacktem Kupferdraht, der zu 21 Windungen von 12 mm Durchmesser aufgewickelt war. Die Spulen waren mit Schellack in der früher beschriebenen Weise isoliert, um Funkenübergänge zwischen den Windungen auszuschließen.

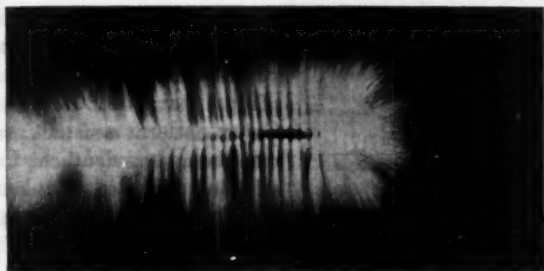


Fig. 7 a. Strahlungsspule *B*.

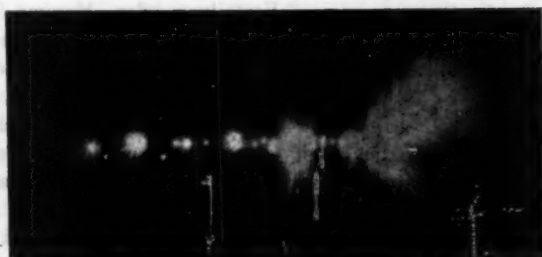


Fig. 7 b. Strahlungslose Spule *C*.

Die Einwirkung der Strahlung auf die Emulsion dauerte in jedem Fall 40 Sek. Nach der Entwicklung zeigten sich die in Figg. 7 a u. 7 b wiedergegebenen Phänomene: Die Strahlungsspule *B* mit einem kontinuierlichen, nach außen zu wachsendem Bart, die strahlungslose Spule *C* mit einzelnen scharf abgegrenzten, gleichständigen Verzweigungen. Das Anwachsen der Spannung nach den Enden zu ist in beiden Fällen deutlich erkennbar.

4. Die Spule als Sender zeigt eine dreifache Periodizität der Ausstrahlung bei Variation der Windungszahl. Zunächst treten Maxima und Minima an bestimmten Punkten jeder einzelnen Windung auf. Anfangs lag die Vermutung nahe, daß diese Maxima und Minima der Ausstrahlung eine Folge von Nebenumständen seien, indessen ließ bald die Regelmäßigkeit ihres Auftretens und Verschwindens die Gesetzmäßigkeit erkennen. Wenn man in der in Fig. 8 gezeichneten Anordnung

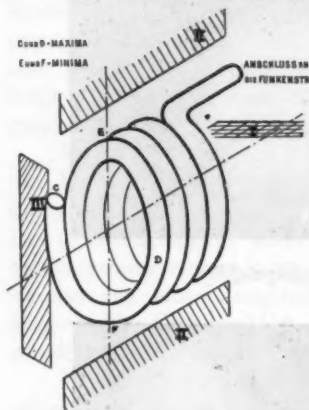


Fig. 8.

eine B-Spule an die Funkenstrecke anschließt und den Empfangsapparat 50...100 cm vom Geber entfernt aufstellt, erhält man besonders deutliche Unterschiede: In den Punkten C und D ist die Ausstrahlung ein Maximum, in E und F ein Minimum. Betrachtet man jede Spulenwindung als selbständigen Kreis, so entspricht die Verteilung der Maxima und Minima den Erscheinungen der dritten Hauptlage (III) eines Hertzschen Resonators. Um diese Periodizität, die bei einem

Versuche über 200 mal mit durchgehender Regelmäßigkeit wiederkehrte, in ihrem Auf- und Abschwellen genauer verfolgen zu können, wurde umspannter Kupferdraht (3,7 mm und 2,5 mm) in zwei Windungen von 82 mm Durchmesser bei Anwendung der Tropffunkkenstrecke untersucht, indem immer  $\frac{1}{16}$  Windung nach  $\frac{1}{16}$  Windung mit einer Zange abgenommen wurde. Maxima zeigten sich bei  $1\frac{12}{16}$ ,  $1\frac{4}{16}$ ,  $1\frac{12}{16}$  ( $\frac{4}{16}$ ) Windungen, Minima bei 2,  $1\frac{8}{16}$ , 1,  $\frac{8}{16}$ , 0 Windungen (Fig. 9). Von einer halben Windung an abwärts hört die Gesetzmäßigkeit auf; wahrscheinlich ist dann die Energieaufnahme zu gering, um eine Fernwirkung auszuüben, die nennenswert größer ist als die der Funkenstrecke selbst. Die Strahlung der Funkenstrecke ist im Diagramm durch die strichpunktierte Linie gekennzeichnet, die durch Verbindung des Anfangswertes (gemessen) mit dem Endwerte (gemessen) entstanden ist.

Die Strahlung der Funkenstrecke allein betrug 5,75 Skt. Aus der Kurve ersieht man, daß man aus der Ausstrahlung umgekehrt auf die Energieaufnahme der Spule schließen kann.

Die zweite Periodizität, welche, wie von der Theorie vorausgesagt, im Sinusverhältnis zur Schwingungszahl stehen soll, kam deutlich zum Ausdruck. Allerdings gelang es trotz viermaliger Wiederholung nicht, die Gesetzmäßigkeit in der geforderten Form nachzuweisen. Es sollte (p. 775) die Ausstrahlung eine Funktion der Windungszahl  $2n$  sein; setzt man für  $2n$  die verschiedenen Werte 0,  $\pi/2$ ,  $\pi$  etc. ein, so erhält man eine Kurve, die in Fig. 10 rechts unten eingezeichnet ist. Die konstante Amplitude dieser Kurve ist willkürlich gewählt und steht in keinem Verhältnis zu den links eingetragenen Ausschlagskalenteilen. Eine gewisse Ähnlichkeit zwischen der so konstruierten Kurve und der darüber eingetragenen Kurve, welche ein Versuch ergab, ist erkennbar; nur sind für gleiche Abstände bei der konstruierten Kurve mehr Maxima und Minima vorhanden wie für das experi-

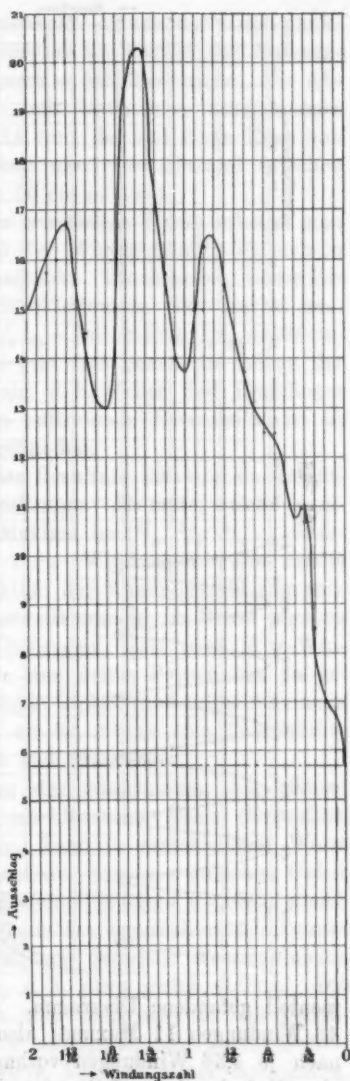


Fig. 9.

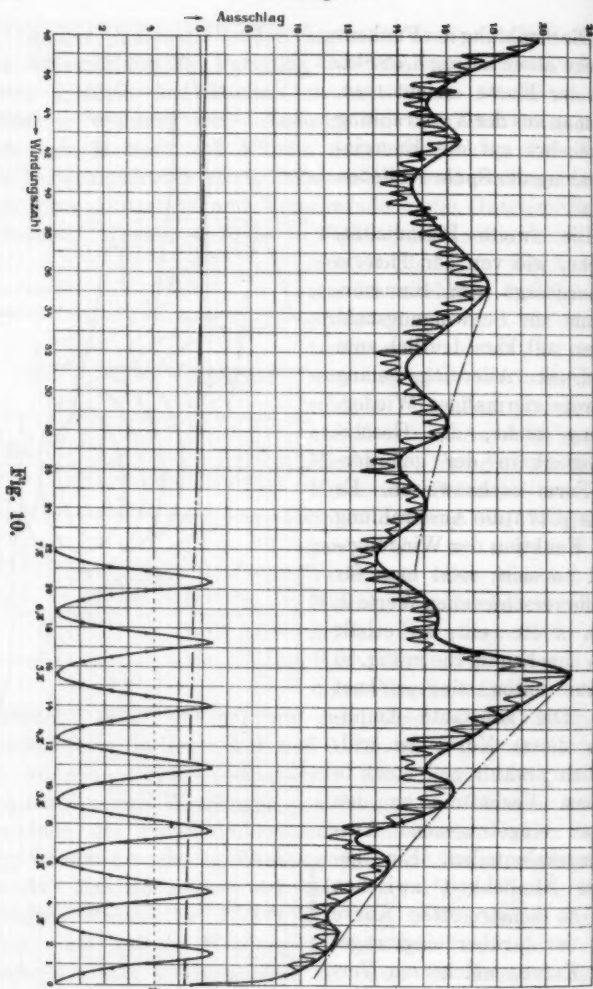


Fig. 10.

mentell gefundene Diagramm. Es kommen bei letzterem auf 48 Windungen 11 Maxima; also ist im Mittel ein Maximum nach je 4,36 Windungen vorhanden. Der Versuch, welcher ohne Unterbrechung 7 Stunden dauerte (jeder Wert ist doppelt ermittelt), ist in Fig. 10 wiedergegeben.



Die Strahlung der Funkenstrecke ist aus der strich-punkt-tierten Linie zu ersehen. Gemessen ist hierbei der Anfangswert = 6,25 Skt. und der Endwert = 5,25 Teilstriche. Die Abmessungen der Spule waren: mit Baumwolle umspinnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm), der auf einen Kern von 14 mm Durchmesser aufgewickelt war. Der Abstand zwischen Geber und Empfänger betrug 55 cm = konst.

Aus der Aufzeichnung der ermittelten Werte erkennt man deutlich die dritte Periodizität der Windungszahl, die sich in absteigenden Schwebungen ausdrückt. Die Maxima dieser Erscheinung liegen bei 35 und 16 Windungen. Die hierbei ausgestrahlten Wellenlängen sind  $\frac{1}{2}\lambda_{35} = 296$  cm und  $\frac{1}{2}\lambda_{16} = 105$  cm. Diese zuletzt angeführte Zahl gibt fast genau die Länge der Empfängerantennen (100 cm) an; d. h. Geber und Empfänger sind in Resonanz. Die dritte auftretende Periodizität ist an den Wert von  $5,0 \dots 5,5 \pi$  gebunden.

Eine Zusammenfassung der Resultate läßt drei im wesentlichen gesetzmäßige Perioden erkennen: die erste, welche regelmäßig wiederkehrt, erreicht Maxima bei  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4} \dots$  Windungen, Minima bei  $0, \frac{1}{2}, 1 \dots$  Windungen. Die zweite Periodizität, welche eine Funktion der Windungszahl sein soll, gehorcht diesem Gesetz nur unvollkommen; im Mittel ergeben sich Maxima nach je 4,36 Windungen, statt nach je  $\pi$ -Windungen. Schließlich ist noch eine dritte Periodizität zu erkennen, die alle  $5,3 \pi$ -Windungen auftritt und dabei maximale Amplituden aufzuweisen hat, sie ist mithin eine Teilfunktion der Resonanz zwischen Geber und Empfänger.

5. Die Kenntlichmachung der Abstimmung des offenen Kreises (Antenne) auf den geschlossenen Kreis (Kapazität, Funkenstrecke, Selbstinduktion) kann in verschiedener Weise bewirkt werden. Mit Rücksicht auf Syntonie zwischen Geber und Empfänger mußte die Spulenwellenlänge ungefähr gleich der des Empfängers sein (ein Vielfaches der Wellenlänge kommt deshalb hier nicht in Betracht, weil dann die Ausstrahlungen der Spule zu gering werden), d. h. etwa gleich 400 cm. Die Spule wird also, selbst wenn man einen sehr kleinen Durchmesser wählt, sehr kurz, ihre Windungszahl sehr klein. Daraus resultiert nun sofort der zweite Nachteil dieser Anordnung, nämlich die verhältnismäßig geringe Energieaufnahme der

Spule aus dem Erregerkreis. Die Folge der geringen Windungszahl und kleinen Energieaufnahme ist die, daß Spannungs- und Strombauch bei so kleinen Spulen schwer nachzuweisen sind. Darum wurde wie bei der Seibt-Oudinschen Spule abgestimmt.

Die Kontrolle dieser Methode und die Kenntnis des Größenverhältnisses der Schwingungsdauer des offenen und geschlossenen Stromkreises kann durch die Rechnung erbracht werden.

Die Kapazität des angewendeten Plattenkondensators wurde mit 2,4 cm berechnet. Die Selbstinduktion der Zuführungsdrähte und Selbstinduktionsspule konnte nach der Stefanischen Formel zu 1230 cm berechnet werden. Die Spulenwellenlänge war somit nach der Thomsonschen Formel = 342 cm.

Aus der Drudeschen Formel berechnet sie sich zu  $\lambda = 4,84 \text{ cm} = 336 \text{ cm}$ . Die Größenordnung beider Wellenlängen ist also dieselbe; die Längen der Wellen beider Systeme weichen nur etwa 1,7 Proz. nach dieser überschlägigen Rechnung voneinander ab. In Wirklichkeit wird allerdings das Resultat etwas ungünstiger, die Wellenlänge des geschlossenen Systems etwas größer, da noch die Kapazität der Zuführungsdrähte als Zusatzfaktor in die Rechnung eingeht.

6. Für die Einwirkung des Spiegels auf die Strahlung und auf die Strahlungsintensität kommt es im wesentlichen darauf an, experimentell nachzuweisen, erstens, daß der Spiegel, der auf einen geringeren Betrag wie  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge dem Oszillator genähert ist, eine Schwächung des Strahlungseffektes durch Absorption und Deformation der Strahlungslinien bewirkt, wenn die Ausstrahlung senkrecht zur Spiegelebene erfolgt, und daß zweitens die Ausstrahlung sehr verringert wird, wenn hinter den Oszillator, unter einem Winkel geneigt, gegen die Ausstrahlungsebene ein Spiegel gesetzt wird in einem Abstände unter  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge oder dem ungeraden Vielfachen eines derartigen Betrages. Als Spiegel wurde eine  $100 \times 70 \text{ cm}$  große Papptafel, welche mit einer kontinuierlichen Stanniolschicht beklebt war, verwendet. Man kann ebensogut Blech oder Holz als reflektierende Fläche benutzen.

Für die hier besonders interessierende Spule gelang es, einwandfrei die erste der aufgestellten Behauptungen zu beweisen (Fig. 11). Die Strahlungsspulen B, aus mit Baumwolle

umsponnenem Kupferdraht gewickelt, wurden horizontal an die Petrolfunktrestrecke angelötet. Die horizontal polarisierten Wellen magnetischer Kraft wurden mittels der oben beschriebenen Gitterantennen aufgefangen und im Thermoelement in die elektrische Form der Energie umgesetzt. Es wurden nun die Spulen erregt und bei jedem Abstände die Strahlung der Spulen ohne Spiegel, dann die Modifikation der Ausstrahlung bei parallel zur Spulenebene aufgestelltem Spiegel (also Reflexion senkrecht zur Spiegelebene =  $\uparrow$ ), und schließlich die Emission bei Drehung des Spiegels um  $45^\circ$  um die Senkrechte zur Erdoberfläche ( $\nearrow$ ) ermittelt. Die so erhaltenen Werte sind in Fig. 11 unten eingetragen. Die nach der Drudeschen Formel rechnerisch und nach dem neuen weiter unten angegebenen Verfahren experimentell festgestellte Wellenlänge beträgt rund 187 cm. Man erkennt aus Fig. 11 deutlich, daß bis zu  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge (137 cm) die Strahlung ohne Spiegel erheblich größer ist wie mit demselben, und daß letztere wiederum die des schräggestellten Spiegels übertrifft. Von  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge an ist die Strahlung mit Spiegel größer, wie ohne diesen.

Spulendimensionen: Mit Baumwolle umspannter Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); Windungszahl = 39; Spulendurchmesser = 16 mm; Wellenlänge  $\lambda = 4,187$  cm.

Die Abstände zwischen Spulenmitte und Spiegel, sowie zwischen Spulenmitte und Mitte Thermoelement waren einander gleich. — Empfänger: Gitterantennen.

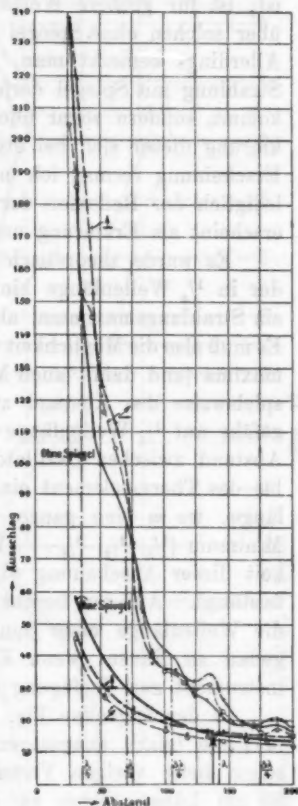


Fig. 11.

Dieselbe Untersuchung wurde für geradlinig ausgespannte Drähte angestellt (1,48 mm Durchmesser, Drahtlänge = 35 cm).

Auch hierbei traten in derselben Weise ausgeprägte Maxima und Minima der Spiegelwirkung auf (Fig. 11, p. 785). Die oben erwähnte Periode von  $p/4\lambda$ , wo  $p$  eine ungerade Zahl ist, ist für größere Werte der Strahlung mit Spiegel gegenüber solchen ohne Spiegel mit guter Genauigkeit innegehalten. Allerdings bemerkt man, daß hier unter  $1/4$  Wellenlänge die Strahlung mit Spiegel derjenigen ohne Spiegel nicht nur gleichkommt, sondern sogar überlegen ist. Eine einwandfreie Erklärung dieser sich bei etwa zwölf Versuchen wiederholenden Erscheinung vermag ich nicht zu geben, denn den Vorgang lediglich der Reflexion der kurzen Righiwellen zuzuschreiben, erscheint als Erklärung unvollständig.

Es wurde theoretisch und experimentell festgestellt, daß der in  $1/4$  Wellenlänge hinter dem Geber aufgestellte Spiegel ein Strahlungsmaximum, als ein deutliches Kennzeichen gibt.<sup>1)</sup> Es muß also die Möglichkeit vorhanden sein, derartige Strahlungsmaxima (und damit auch Minima) zu erhalten, wenn man beispielsweise den Abstand zwischen Geber und Empfänger ungefähr auf  $1/4$  Wellenlänge des Senders einstellt und nun den Abstand zwischen Oszillator und Spiegel so lange verändert, bis das Thermoelement ein Maximum ( $1/4, 3/4, 5/4 \dots m/4$  Wellenlänge, wo  $m$  eine ganze, ungerade Zahl bedeutet) oder ein Minimum ( $1/2, 3/2, 5/2 \dots$  Wellenlänge) anzeigt. Die Richtigkeit dieser Anschauung wird durch den Versuch vollkommen bestätigt. Auf ihr beruht die Methode, in wenigen Minuten die Wellenlänge einer Spule oder eines geradlinigen Leiters genau zu finden, wenn ein hinreichend empfindliches Meßinstrument zur Verfügung steht.

In der folgenden Fig. 12 ist vor den übrigen Kurven die *M*-Linie (stark ausgezogen) besonders bemerkenswert. Die schon beim vorigen Versuch benutzten Kupferdrähte von je 35 cm Länge waren zu dieser Messung senkrecht an die Funkenstrecke gelötet. Die durch diese ausgestrahlte Energie wurde durch genau gleich dimensionierte Empfängerdrähte aufgefangen. Maxima traten fast genau bei 35 cm, 105 cm,

1) H. Hertz, Abhandlungen 2. p. 144. 187. 1895.

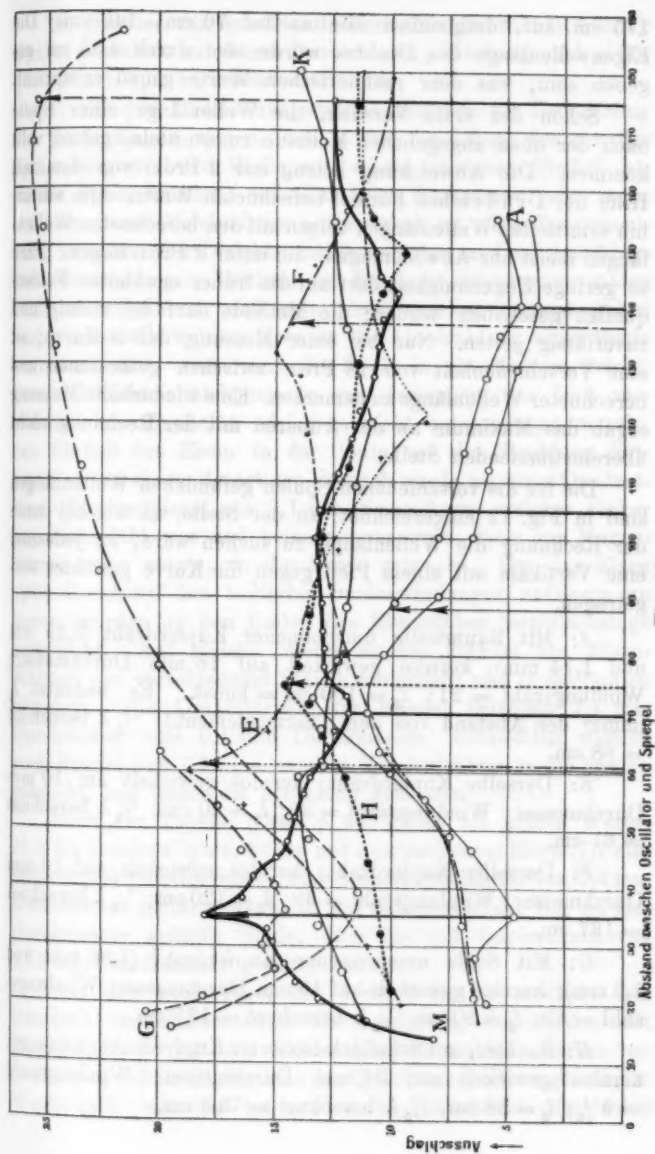


Fig. 12.

Abstand zwischen Oscillator und Spiegel

175 cm auf, desgleichen Minima bei 70 cm, 140 cm. Die Eigenwellenlänge des Drahtes würde also durch 4,35 cm gegeben sein, was dem rechnerischen Werte genau entspricht.

Schon der erste Versuch, die Wellenlänge einer Spule nach der oben angegebenen Methode zu ermitteln, gelang vollkommen. Die Abweichung betrug nur 2 Proz. von dem mit Hilfe der Drudeschen Formel berechneten Werte. Die weiterhin ermittelten Wellenlängen zeigen mit den berechneten Wellenlängen meist nur Abweichungen, die unter 2 Proz. liegen. Eine so geringe Ungenauigkeit darf auf die früher erwähnten Fehlerquellen geschoben werden; die Methode darf als richtig und zuverlässig gelten. Nur bei einer Messung, der *A*-Kurve, ist eine Verschiedenheit von 18 Proz. zwischen gemessener und berechneter Wellenlänge zu bemerken. Eine wiederholte Messung ergab das Maximum an der früheren mit der Rechnung nicht übereinstimmenden Stelle.

Die für die verschiedenen Spulen gefundenen Wellenlängen sind in Fig. 12 eingezeichnet; an der Stelle, an welcher nach der Rechnung die Wellenlänge zu suchen wäre, ist jedesmal eine Vertikale mit einem Pfeil gegen die Kurve gerichtet eingetragen.

*A*: Mit Baumwolle umspinnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 21;  $l_2 = 100$  cm = konst. (Es bedeutet  $l_2$  immer den Abstand von dem Thermoelement.)  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 88 cm.

*E*: Derselbe Kupferdraht; kernlos gewickelt auf 10 mm Durchmesser; Windungszahl = 30;  $l_2 = 60$  cm;  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 61 cm.

*F*: Derselbe Kupferdraht; kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 39;  $l_2 = 120$  cm;  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 137 cm.

*G*: Mit Seide umspinnener Kupferdraht (1,86 mm und 1,3 mm); kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 50;  $l_2 = 80$  cm,  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 175 cm.

*H*: Nackter, mit Schellack isolierter Kupferdraht (1,48 mm); kernlos gewickelt auf 34 mm Durchmesser; Windungszahl =  $9\frac{1}{4}$ ;  $l_2 = 80$  cm;  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 75,5 cm.

K: Nackter, mit Schellack isolierter Kupferdraht (1,48 mm); kernlos gewickelt auf 9 mm Durchmesser; Windungszahl = 30;  $l = 80$  cm;  $\frac{1}{2} \lambda$  berechnet = 60,8 cm.

7. Die von Drude aufgestellten Tabellen zur Berechnung der Wellenlängen zeigen, daß es für die Länge der von der Spule ausgestrahlten Welle von einem gewissen Einfluß ist, ob die Spule kernlos, auf Glas oder Hartgummi oder sonst ein homogenes Dielektrikum aufgewickelt ist. Der Zusammenhang zwischen der Dielektrizitätskonstanten und der Leitfähigkeit eines isotropen Mediums ist für hohe Schwingungszahlen noch so undefiniert, daß man nicht a priori genau angeben kann, innerhalb welcher Grenzen die Ausstrahlung einer Spule verändert wird, wenn man die Spule in ein Medium bringt, dessen Dielektrizitätskonstante von derjenigen der Luft verschieden ist. Zunächst schien es nicht uninteressant zu sein, den Einfluß von Eisen in der Spule auf die Strahlung festzustellen; zu einem derartigen Versuch wurde massives Quadratischeisen (Vierkanteisen) von 7,7 mm Seitenlänge, welches vorher gut ausgeglüht war und keine nennenswerte Spnr von Magnetismus mehr zeigte, in die Spule gebracht. Um das Eisen nicht direkt auf den isolierten Spulenwindungen aufliegen zu lassen, wurden an den Enden des Eisenstabes Siegellackringe aufgeklebt. Auf gleiche Weise wurden Bündel aus Eisendrahten von verschiedener Stärke hergestellt und in die Spulen eingelegt. Die Drahtstärken der Bündel betrugen 1,4 mm Durchmesser und 0,4 mm Durchmesser. Schließlich wurden noch Bündel aus 0,15 mm starken Kupferdrähten in die Spulen gebracht, und dabei die Strahlung gemessen.

Nach der Tabelle (Diss. p. 54) gaben als größte Werte: 45,5 die kernlose Spule, 36 die mit quadratischem Eisen (7,7 mm Seitenlänge) gefüllte Spule, 35,5 die mit Eisendraht von 1,4 mm Durchmesser gefüllte Spule, 32 die mit Eisendraht von 0,4 mm Durchmesser gefüllte Spule, 45,5 die mit Kupferdraht von 0,15 mm Durchmesser gefüllte Spule.

Aus den wiedergegebenen Werten ist zu ersehen, daß innerhalb des Meßbereiches die Ausfüllung der Spulen mit Kupferdraht so gut wie keinen Einfluß ausübt. Ferner bemerkt man, daß im allgemeinen das Quadratischeisen etwas günstigere Werte gibt, wie der 1,4 mm starke Eisendraht. Der feine



Eisendraht läßt bedeutend geringere Ausstrahlungen zu, wie die kernlose Spule.

Das Resultat dieser Untersuchung ist also folgendes: Das Eisen in der Spule wirkt auf die Strahlung um so mehr abdrosselnd, je feiner es verteilt ist.

Die Veränderung des Dielektrikums in- und außerhalb der Spule sollte erst so erfolgen, daß die Funkenstrecke mit angelöteten Spulen in einen Glaskasten gesetzt wurde, welcher mit einer Flüssigkeit gefüllt war, deren Dielektrizitätskonstante höher wie die der Luft ist. Es war aber die Leitfähigkeit der untersuchten Substanzen so groß, daß ein Funkenübergang in der Funkenstrecke selbst nicht zu ermöglichen war, vielmehr fand die ganze Entladung durch die Spulen statt.

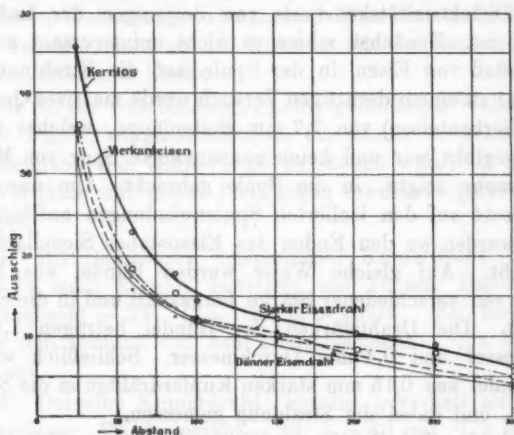


Fig. 13.

Um die Leitfähigkeit zu eliminieren, wurde wie folgt vorgegangen: Zwei Glaszylinder aus gewöhnlichem Hartglas wurden an den Enden durch 6 mm starke Korkpfropfen verschlossen, die mit einer Mischung von Kolophonium und Wachs getränkt waren. Durch die Mitte des einen Korkes an jedem Zylinder konnte die Spule glatt durchgeführt werden, während am entgegengesetzten Zylinderende ein durch den Kork eingebrachtes, knieförmig umgebogenes Glasrohr ein Anfüllen des Zylinders mit Flüssigkeit ermöglichte. Die beiden Glaszylinder wurden



auf je zwei T-förmig zusammengesetzte Glasstative gelagert, um so einen Abfluß elektrischer Massen zu verhindern. Zur Vermeidung von Innenreflexion an den Zylinderwandungen waren die Spulen exzentrisch angeordnet. Wenn nun die Ausstrahlung der Spulen festgestellt wurde, welche diese ohne und mit Zylinder besaßen, so konnte deutlich bemerkt werden, daß die Glaswandungen einen beträchtlichen Teil ausgestrahlter Energie absorbierten.

Nach der Überlegung mußten sich die Ausstrahlungen proportional den Dielektrizitätskonstanten verhalten, in welche die Spulen eingeführt sind. Es konnte jedoch ein derartiges Verhältnis weder für Spulen noch für geradlinige Drähte festgestellt werden; vielmehr änderte sich die Ausstrahlung bei jeder Messung sprungweise und so diskontinuierlich, daß eine Mitteilung der gefundenen Tabellen nicht von Wert erscheint. Zum Beispiel wurden bei einem Abstand von 30 cm zwischen Geber und Empfänger für Luft 40,5, für Äthylalkohol (99,8 Proz.) 66, für Brennöl 50, für Petrol 46, für destilliertes Wasser 102,5 Skalenteile gefunden. Auch die Mittelwerte aus je neun Messungen ließen einen proportionalen Zusammenhang der einzelnen Dielektrizitätskonstanten und der bei diesen ausgestrahlten Energiemengen nicht erkennen. Außer durch die Dielektrizitätskonstante wird die Ausstrahlung durch die Leitfähigkeit des Mediums in zu großem Maße modifiziert. Die den Antennen aufgedrückte Energie wird nicht mehr längs der Metalloberfläche geleitet, sondern sucht ihren Weg durch die Flüssigkeit.

#### Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Ausstrahlung und Aufnahme von horizontal polarisierten Wellen (magnetischer Kraft) ist derjenigen von vertikal polarisierten Wellen beträchtlich überlegen.
2. Der Ausstrahlungscharakter eines zur Spule aufgewickelten Drahtes ist nahezu in Übereinstimmung mit dem eines geradlinig ausgespannten Drahtes. Die Strahlung einer Spule, und damit ihr Wirkungsgrad wird um so günstiger, wenn bei sonst gleichen Verhältnissen der Durchmesser verkleinert wird.
3. Die Energieemission eines gleichsinnig (positiv) gewundenen

Spulenzaares ist von etwa  $\frac{1}{2}$  Wellenlänge an verschwindend klein. Eine Verschiedenheit hinsichtlich der Ausstrahlung bei positiv und negativ gewundenen Spulen konnte quantitativ und qualitativ (mit der photographischen Platte) nachgewiesen werden.

4. Die Strahlung der Spule hängt von der Windungszahl in dreifacher Weise ab. Von  $\frac{1}{4}$  zu  $\frac{1}{4}$  Windung folgen kleinere Maxima auf Minima: größere Maxima und Minima treten nach  $\sim 4,4$  Windungen auf. Schließlich kann man noch Schwebungen mit der Periode  $5\frac{1}{4}\pi$  bemerken.

5. Das Thermoelement ist zur Registrierung großer, zeitlich langsam aufeinander folgender Energiequanta (wie solche mit mehreren Flaschen erzeugt werden) wenig geeignet, da seine Wirkungsweise derjenigen eines Hitzdrahtinstrumentes vergleichbar ist.

6. Ein hinter den Strahlungsträger gebrachter Spiegel läßt deutliche Maxima und Minima der Energieübertragung als Funktion des Abstandes zwischen Oszillator und Spiegel erkennen. Maxima treten auf bei  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4} \dots$  Wellenlänge, Minima bei  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \dots$  Wellenlänge. Auf dieser Tatsache beruht die Möglichkeit, die Wellenlänge von Spulen und Antennen einfach zu bestimmen.

7. Eisen, welches in die Spulen gebracht wird, wirkt um so mehr strahlungs-abdrosselnd, je feiner es verteilt ist.

8. Die Einbettung der Spulen in Flüssigkeiten verschiedener Dielektrizitätskonstanten bewirkt zwar beträchtliche Unterschiede in der Größe der Strahlung, es ließ sich aber wegen der Leitfähigkeit der Medien ein gesetzmäßiger Zusammenhang nicht aufstellen.

(Eingegangen 29. September 1904.)

### 5. *Akustische Untersuchungen;* *von H. Steveking und A. Behm.*

1. Mit der hochentwickelten Fähigkeit des menschlichen Ohres, Schallschwingungen zu perzipieren, geht das Vermögen, letztere ihrer Stärke nach zu unterscheiden, nicht Hand in Hand. Die Versuche von Vierordt (1882), die Abnahme des Schalles mit der Entfernung zu messen durch Beobachtung des Abstandes, in welchem die Schallstärke den Schwellenwert erreicht, führten zu dem auffälligen Resultat, daß ein 2-, 3-, 4 facher Schall die 2-, 3-, 4 fache Tragweite besitze, ein Ergebnis, das dem Fundamentalsatz von der Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung widerspricht.

Ebenso fand Lord Rayleigh (1882) ein starkes Mißverhältnis zwischen zwei dem Ohre gleich stark scheinenden Tönen bei Anwendung eines Schallempfängers, dessen Hauptelement ein leicht beweglicher Spiegel bildete.

Es gibt eine Reihe von Apparaten zur Vergleichung und Messung von Schallstärken (Phonometer); dieselben benutzen die dynamische Wirkung der in Schwingungen versetzten Luft auf einen leicht beweglichen Körper (Spiegel, Flügelrad, empfindliche Flamme, Membranen, die einen Spiegel tragen<sup>1)</sup> oder einen durch die Druckwirkung veränderten Widerstand (Mikrophonprinzip). In letzter Zeit hat Hr. Altberg<sup>2)</sup> eine Vorrichtung beschrieben, die die Druckkräfte der Schallwellen in analoger Weise mißt, wie dies Hr. Lebedew für Lichtwellen ausgeführt hat.

Die elektrischen Methoden besitzen mancherlei Nachteile. Membranen mit Mikrophonkontakten sprechen an auf Töne jeglicher Art und gestatten nur einen geringen Grad der Abstimmung. Außerdem sind sie außerordentlich empfindlich gegen Störungen durch Erschütterungen; den gleichen Nachteil

1) Z. B. M. Wien, Wied. Ann. **36**. p. 884. 1889; F. Sharpe, Science **9**. p. 808—811. 1899.

2) J. Altberg, Ann. d. Phys. **11**. p. 405 ff. 1903.

unvollkommener Resonanz besitzen die direkt messenden Membranen.

Bei vielen akustischen Untersuchungen genügt es, dieselben für einen bestimmten Ton auszuführen. Die gewonnenen Resultate lassen ohne weiteres eine Ausdehnung zu. Das hat gleichzeitig den Vorteil, daß bei Bevorzugung eines bestimmten Tones, auf den der Schallempfänger anspricht, eine Störung durch nie ganz zu vermeidende Töne oder Geräusche unwirksam gemacht wird. Es erschien dabei von Wert einen Empfänger zu konstruieren, der bei geringer Empfindlichkeit gegen äußere Störungen und gegen fremde Töne eine große Empfindlichkeit für den zu untersuchenden Ton zeigt, mithin die bestmögliche Resonanz besitzt. Als solcher wurde eine Stimmgabel gewählt, deren Amplituden direkt gemessen wurden. Während die Konstruktion eines Empfängers von konstanter Empfindlichkeit keine großen Schwierigkeiten macht — den größten Schwankungen sind wohl die Mikrophonkontakte ausgesetzt — ist die Forderung einer konstanten Tonquelle sehr schwer zu erfüllen. Am geeignetsten erschien uns eine Stimmgabel mit Resonanzkasten. Der Vorzug derselben als Tonquelle beruht in erster Linie auf der Reinheit des Tones, auf dem Fehlen von Obertönen und auf der relativ guten Konstanz der bei elektromagnetisch erfolgenden Antriebe erzielten Tonstärke.

Das Prinzip der im folgenden beschriebenen Versuche ist: das lediglich durch Resonanz erfolgende Mitschwingen einer Stimmgabel, die sich im Schwingungsbereich einer elektromagnetisch angetriebenen Stimmgabel von gleicher Tonhöhe befindet, mit dem Mikroskop zu messen.

Außer den oben hervorgehobenen Vorzügen besitzt die Methode eine recht gute Empfindlichkeit.

## 2. Die Tonquelle.

Die gebräuchliche Form der elektromagnetisch betriebenen Stimmgabel (Stimmgabelunterbrecher) entspricht in ihrer Konstruktion dem Wagnerschen Hammer oder der elektrischen Glocke. Die Magnetspule kann sich zwischen beiden Gabelzinken oder oberhalb eines derselben befinden. Den Kontakt vermittelt eine aufgesetzte Stahlfeder mit Platinkontakt.

Betätigt man einen solchen Stimmgabelunterbrecher, so

erhält man einen lauten, reinen und scheinbar konstanten Ton. Allein trotz sorgfältigster Ausführung sind Tonstärke und Tonhöhe Schwankungen unterworfen. Der Grund hierfür ist folgender: Stimmen zwei Stimmgabeln bei mechanischem Antrieb (Stoß, Schlag) vollkommen überein, so ändert sich dies, sobald die eine elektromagnetisch angetrieben wird; dieselbe vertieft sich, da der magnetische Impuls nicht immer rechtzeitig einsetzt. Zwischen der Gabelzinke und der den Kontakt tragenden Feder besteht bei gleicher Frequenz eine Phasendifferenz und diese läßt sich, zumal bei längerem Gang, niemals ganz konstant erhalten; der neue Impuls setzt alsdann nicht zur richtigen Zeit ein, wirkt der bereits vorhandenen Bewegung entgegen und verursacht eine Vertiefung des Tones.

Es empfiehlt sich daher, die magnetische Anziehung wohl als Antriebskraft zu benutzen, dieselbe aber auszuschalten, sobald die Stimmgabel in Schwingung versetzt ist. Dies geschieht folgendermaßen:

Die Unterbrechungsvorrichtung ist getrennt von der Stimmgabel. Sie besteht aus einem gehärteten federnden Stahlstift, der einseitig eingeklemmt ist und einen Platinstift trägt, dieser taucht in ein Gefäß mit Quecksilber, das mittels einer Schraube vertikal verstellbar ist wie bei den gewöhnlichen Typen der Quecksilberunterbrecher. Der gespannte Stahlstab wird durch eine Sperrvorrichtung gehalten und elektromagnetisch ausgelöst. Der federnde Stab hat die gleiche Schwingungsdauer wie die Gabel. Die Abstimmung erfolgt durch Veränderung der Länge; die Unterbrechung dauert noch nicht ganz eine Sekunde. Man kann daher beträchtliche Stromstärken (10—20 Amp. anwenden ohne lästige Erwärmung der Spule, die, da sie sich zwischen den Zinken der Gabel befindet, nur kleine Dimensionen gestattet. In der Ruhelage ist der Stromkreis unterbrochen. Wird die gespannte Feder ausgelöst, so gerät sie in Schwingungen und der Quecksilberkontakt wird  $\frac{1}{2}$  bis 1 Sek. lang bestätigt. Während der Dauer dieser Unterbrechung erfährt die Stimmgabel eine große Anzahl von Impulsen. So lassen sich so starke Schwingungen erzielen, daß die Zinken der Gabel gegeneinander schlagen, was sich weder durch Anschlagen der Gabel mit einem Hammer noch durch automatische Gabelunterbrechung in so kurzer Zeit bewerkstelligen läßt.

Der Hauptvorzug dieser Unterbrechung der anderen Methode der Selbstunterbrechung gegenüber beruht darauf, daß die magnetische Erregung nur sehr kurze Zeit einwirkt und daher die oben erwähnten störenden Einflüsse derselben wegfallen. Zwar nimmt die Stärke des Tones rasch ab, die Anfangsintensität dagegen ist konstant, ebenso die Schwingungszahl, da die Stimmgabel, sobald der Magnetismus erlischt, nicht mehr gezwungen, sondern frei schwingt. An dieser Stelle erscheint es uns angebracht, einiges zu sagen über die Verwendung von Quecksilberkontakten bei *dauernder* Unterbrechung. Wir fanden, daß dieselben noch bedeutend unregelmäßiger arbeiten als Platinkontakte. Das Quecksilber gerät in stehende Schwingungen und wird außerdem sehr bald in feine Kügelchen verwandelt. Wir suchten diesem Übelstande durch Verwendung sehr großer Gefäße abzuweichen. Gegen Verunreinigungen der Oberfläche wurde mit geringem Erfolg eine Spülung mit fließendem Wasser angewandt. Da die Wasserspülung eine beträchtliche Menge fein verteilten Quecksilbers mit fortreißt, empfiehlt es sich, das Gefäß mit einem weiteren kommunizieren zu lassen.<sup>1)</sup> Eine Stimmgabel mit Quecksilberunterbrechung gibt einen volleren Ton als sich derselbe mit Platinunterbrecher erzielen läßt, aber die Tonstärke zeigt so große Schwankungen, daß wir für dauernde Unterbrechung ganz auf die Verwendung des Quecksilbers verzichteten und auf den auch besser transportablen Platinunterbrecher zurückkamen.

Die als Tonquelle benutzte Stimmgabel wurde von Edelmann bezogen ( $c' = 264$  Schwingungen/Sekunde); die Dimensionen des Resonanzkastens sind  $31,5 \times 4,5 \times 11$  cm.

Ebenso wurde der auf dauernden Gang beanspruchte und für qualitative Versuche (Schallverteilung im Raume) benutzte Stimmgabelunterbrecher von dort bezogen.

### 3. Der Tonempfänger

ist eine Stimmgabel, deren Amplitude mikroskopisch gemessen wird. In Tonhöhe, Dimensionen und Resonanzkasten stimmen

1) Hr. Hartmann-Kaempfer hat in seiner Elektro-Akustik einen Unterbrecher von derselben Art beschrieben, der uns aber damals noch nicht bekannt sein konnte.

Tonquelle und Empfänger überein. Die Stellung der Gabel zum Mikroskop wird durch zwei in horizontaler bez. vertikaler Richtung verschiebbare Schrauben reguliert. Eine direkte mikroskopische Messung der Amplitude einer Stimmgabel begegnet großen Schwierigkeiten. Wir versuchten anfangs einen Lichtstrahl durch eine punktförmige Blende, die mit der Gabel fest verbunden war, treten zu lassen und die Verbreiterung zu messen. Eine große Blende (0,1 mm) gibt zwar ein lichtstarkes Bild, doch kann man damit keine kleinen Verschiebungen messen. Eine kleinere Blende ist schwieriger herzustellen, gibt ferner ein zu lichtschwaches Bild, außerdem wird das Bild leicht durch Beugung unscharf.

Man braucht einen Lichtpunkt von außerordentlicher Kleinheit bei möglichst großer Intensität. Wir erreichen dies durch Anwendung eines Glaskügelchens von ca. 0,1 mm Durchmesser, das am Ende der Stimmgabel befestigt wird, das Glaskügelchen vertritt eine Linse, die ein außerordentlich kleines und doch lichtstarkes Bild der benutzten Lichtquelle entwirft. Als letztere dient eine kleine Glühlampe. Das bei ruhender Gabel punktförmige Bild wird durch die Schwingung zu einem Strich auseinandergezogen, durch ein Mikroskop von 30- bis 500facher Vergrößerung betrachtet und mittels Okularmikrometers gemessen. Das Bild erscheint hell auf hellem Grunde. Kontrastreicher und schärfer ist das Bild bei schiefer Beleuchtung; es erscheint alsdann hell auf dunklem Grunde. Der dazu verwandte Mikroskopspiegel beeinflusst nicht nur die Helligkeit des Bildes, sondern auch die Größe; darum ist der Planspiegel dem Konkavspiegel vorzuziehen.

Der Meßbereich umfaßt Amplituden vom Maximum der überhaupt erzielten Mitschwingung (1—2 mm) bis herunter zu etwa 0,03 mm.

Wird die Amplitude kleiner, so hat es keinen Zweck, auf Kosten der Lichtstärke die Vergrößerung zu steigern.

Wir verwenden dann einen sehr dünnen Glasfaden ( $d = 0,05$  mm), an dessen Ende eine Kugel wie oben angeschmolzen wird. Der Glasfaden mit der Kugel hat die gleiche Schwingungsdauer wie die Stimmgabel. Selbst bei sehr kleiner Eigenamplitude besitzt die schwingende Stimmgabel noch eine beträchtliche Energie, die bei guter Abstimmung ausreichend



ist, den Glasfaden in direkt mit dem Auge wahrnehmbare Schwingungen zu versetzen.

Ist der Glasfaden sehr dünn, die angesetzte Kugel möglichst klein, so kann man in einer Entfernung von ca. 200 m von der Schallquelle noch mit bloßem Auge das Mitschwingen der Empfängergabel durch Beobachtung des Glaskügelchens konstatieren. Kommt man mit einem so empfindlichen Glasfaden der Tonquelle zu nahe, so werden die Schwingungen so stark, daß derselbe abbricht.

Die ungefähre Länge des Glasfadens berechnet sich aus der Formel für die Schwingungsdauer eines transversal schwingenden Stabes

$$\frac{1}{T} = n = A \frac{D}{L^2} \sqrt{Eg/s}.$$

Hierin ist  $E$  der Elastizitätsmodul,  $L$  die Länge,  $D$  die Dicke,  $n$  die Schwingungszahl,  $s$  das spezifische Gewicht,  $A$  ist eine Konstante, bei einseitiger Befestigung des Stabes  $= 0,28$ .

Die Formel hat nur angenäherte Gültigkeit, weil der Befestigungspunkt schwingt und der Glasfaden am Ende eine Kugel trägt. Die genaue Abstimmung des Glasfadens auf die Stimmgabel erfolgt durch Verschieben in dem noch nicht ganz erstarrten, zur Befestigung dienenden Klebwachs.

Eine experimentelle Kontrolle der Resonanz geschah auf folgende Weise: Auf einer der beiden Stimmgabelzinken sitzt ein kurzer Schreibstift, auf der anderen ein dünner Glasfaden von der oben beschriebenen Art, der statt des Kügelchens eine abwärts gebogene Spitze trägt. Beide zeichnen sich gleichzeitig auf einer rotierenden berußten Scheibe auf. Die von beiden in gleichen Zeiträumen aufgezeichneten Wellen wurden abgezählt und ergaben gleiche Werte.

Viel wesentlicher ist die Frage, ob auch das Verhältnis der Amplituden der Stimmgabel selbst und des Glasfadens in weiten Grenzen konstant ist. Angenähert läßt sich dies ebenfalls auf der berußten Glasscheibe feststellen. Genauer, weil frei von Dämpfung, ist die Aufzeichnung der Schwingungen auf photographischem Wege. An Stelle der berußten Scheibe tritt ein Blatt lichtempfindlichen Papiere (Eastman-Bromsilberpapier), das sich hinter einer mit einem rechteckigen Ausschnitt versehenen Blechscheibe drehen läßt.



Der verwandte Glasfaden ist eine Kombination eines starren mit einem elastischen abgestimmten und besitzt folgende Form:

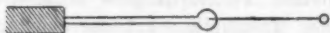


Fig. 1.

Die Herstellung erfolgt in der Weise, daß man einen dicken Faden zu einem sehr dünnen auszieht und die Übergangsstelle in der Flamme zur Kugel zusammenschmilzt, aber nicht durch Ansetzen beider Fäden aneinander. Der Faden muß zu diesem Zweck herabhängen, die Flamme horizontal gerichtet sein.

Folgende Tabelle ermöglicht einen Überblick über das Verhältnis der Amplituden des elastischen und des starren Fadens. Die Zahlen ergeben sich durch Ausmessung der auf photographischem Wege erhaltenen Bilder. Es bedeutet  $A$  die Amplitude des elastischen Fadens,  $a$  die des starren Fadens,  $q$  den Quotient beider.

| $A$ | $a$ | $q$  |                 |
|-----|-----|------|-----------------|
| 430 | 300 | 1,43 | } Mittel = 1,43 |
| 385 | 240 | 1,42 |                 |
| 380 | 255 | 1,49 |                 |
| 360 | 240 | 1,50 |                 |
| 350 | 235 | 1,49 |                 |
| 195 | 155 | 1,25 |                 |
| 200 | 145 | 1,38 |                 |
| 180 | 125 | 1,44 |                 |
| 160 | 110 | 1,45 |                 |
| 160 | 110 | 1,45 |                 |
| 175 | 110 | 1,59 |                 |

Wir haben etwa 100 Amplituden miteinander verglichen von verschiedenster Größe und verschiedenem Vergrößerungsverhältnis. Letzteres ergab sich für ein und denselben Faden durchweg gut konstant.

Werden die Amplituden zu groß, so beschreibt die obere Kugel keine gerade Linie, sondern infolge der Durchbiegung des Fadens eine Kurve. Da letztere keine so genaue Ausmessung gestattet, muß dann ein weniger empfindlicher Faden

benutzt werden, dessen Umsetzungsverhältnis in gleicher Weise bestimmt wird. Es wurde bereits auf die relativ große Empfindlichkeit unseres Tonempfängers hingewiesen bei großem Abstand von der Tonquelle. Ist der Abstand klein, so bewirkt eine Änderung der Entfernung von nur 0,5 cm eine Abnahme des gemessenen Ausschlages von beispielsweise 10 Proz.

Ein weiterer Vorteil, auf den wir noch kurz hinweisen möchten, besteht darin, daß die subjektive Ablesung sich ohne Schwierigkeit durch die Photographie ersetzen läßt; die dazu erforderliche experimentelle Anordnung wird später ausführlich beschrieben.

Wir haben uns in erster Linie die Aufgabe gestellt, über die Intensität des Schalles messende Versuche anzustellen. Bekanntlich ist die Intensität eines schwingenden Systems direkt proportional dem Quadrat der Schwingungsamplitude. Unser System besteht aus drei gesonderten Teilen, dem Glasfaden, der Stimmgabel und der im Resonanzkasten eingeschlossenen Luftsäule. Da, wie gezeigt, die beiden ersten in einem konstanten Amplitudenverhältnis stehen, bedarf es bloß noch der Annahme, daß die nicht zu umgehende Übertragung durch die Resonanzkasten ebenfalls einen konstanten Übersetzungswert besitzt. Wenngleich sich dies nicht ohne weiteres durch Versuche ermitteln läßt, so spricht doch dafür der Umstand, daß auch zwischen dem Ton der Stimmgabel und dem Eigenton des zur Verwendung kommenden Holzkastens möglichste Übereinstimmung herrschen muß. Man braucht also nur noch denselben Schluß auf das Holz und die eingeschlossene Luftsäule zu machen. Die durch die Luft im Resonanzkasten aufgenommene Schallwirkung findet demnach ein Intensitätsmaß in dem Quadrat der Amplitude des Glasfadens, allerdings kein absolutes Maß.

Die Methode gestattet unter obigen Annahmen ohne weiteres zwei Schallstärken miteinander zu vergleichen.

#### 4. Schallverteilung im geschlossenen Raum.

Trifft eine Schallwelle senkrecht auf eine Wand, so wird sie reflektiert und es bildet sich ein System von stehenden Wellen. Zum Nachweis derselben stellten wir die Tonquelle

an einer Wand des Zimmers auf; die Öffnung des Resonanzkastens war von der Wand abgekehrt. Der Tonempfänger stand auf einem kleinen Wagen, der auf 4 m langen Schienen lief. Der Abstand zwischen beiden wurde jeweils um 20 cm geändert bei einer Messungsreihe.

In den Tabbl. 1 und 2 sind einige Beobachtungsreihen wiedergegeben. Der Abstand ist von der Schallquelle zum Schallempfänger gemessen, die dazu gehörigen Intensitäten sind die Quadrate der im Okularmikrometer gemessenen Gabelamplituden.

Tabelle 1.

| $d$ | 40   | 60   | 80  | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 |
|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A$ | 1225 | 1089 | 529 | 110 | 484 | 729 | 400 | 100 | 16  | 16  |

| $d$ | 240 | 260 | 280 | 300 | 320 | 340 | 360 | 380 | 400 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A$ | 1   | 16  | 16  | 9   | 9   | 81  | 100 | 169 | —   |

Tabelle 2.

| $d$ | 40   | 60  | 80  | 100 | 120 | 140  | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 | 260 |
|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A$ | 1441 | 961 | 729 | 144 | 729 | 1225 | 841 | 225 | 49  | 25  | 4   | 25  |

| $d$ | 280 | 300 | 320 | 340 | 360 | 380 | 400 | 420 | 440 | 460 | 480 | 500 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A$ | 49  | 16  | 16  | 64  | 196 | 289 | 9   | 16  | 16  | 36  | 25  | 25  |

| $d$ | 520 | 540 | 560 | 580 | 600 | 620 | 640 | 660 | 680 | 700 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A$ | 9   | 9   | 36  | 25  | 4   | 16  | 25  | 9   | 9   | 9   |

$d$  ist in Zentimetern gemessen.

Ein ähnliches Bild geben die beiden folgenden nach einem anderen Verfahren gewonnenen Tabellen 3 und 4 auf p. 802.

In denselben bedeutet  $d$  den Abstand Tonquelle-Empfänger in Zentimetern,  $i$  die Stromstärke in Milliampère, die ein durch einen Kohlekontakt hindurch passierender Strom annimmt, wenn der Kontakt durch Schall in Schwingungen versetzt wird (Mikrophon).

Tabelle 3.

|     |    |    |    |    |     |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| $d$ | 15 | 20 | 25 | 30 | 35  | 40 | 45 | 50 | 55 |
| $i$ | 17 | 11 | 10 | 9  | 7,5 | 7  | 5  | 5  | 5  |

|     |     |     |    |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $d$ | 60  | 65  | 70 | 80  | 90  | 100 | 110 | 120 | 130 |
| $i$ | 4,5 | 4,5 | 4  | 2,5 | 1,8 | 1   | 1,8 | 1,8 | 2   |

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $d$ | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 | 200 | 210 | 220 |
| $i$ | 1,8 | 1,8 | 1,2 | 2   | 3   | 3   | 4   | 3   | 3   |

Tabelle 4.

|     |    |     |    |    |     |     |     |     |
|-----|----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| $d$ | 20 | 40  | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 |
| $i$ | 16 | 8,5 | 6  | 6  | 3,8 | 2   | 2,4 | 3,2 |

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $d$ | 180 | 200 | 220 | 240 | 260 | 280 | 300 | 320 |
| $i$ | 2,4 | 2,0 | 3,3 | 2,7 | 3   | 2,8 | 2   | 1,2 |

$d$  ist der Abstand in Millimetern.  $i$  die Stromstärke in Milliampère.

Aus einem passenden Resonanzkasten ist auf der oberen Seite ein kreisrundes Stück von 12 cm Durchmesser herausgeschnitten und die Öffnung durch eine Glimmerplatte, die in der Mitte ein Kohleplättchen trägt, verschlossen. Mittels einer Schraube wird von oben ein Kohlestift leicht gegen das Plättchen gedrückt und die Einstellung so justiert, daß ein durch diese Brücke geleiteter elektrischer Strom gerade die Stärke von 20 Milliamp. besitzt.

Wird nun die Glimmerplatte durch einen Ton in Schwingungen versetzt, so geht kein konstanter Strom durch das Milliampèremeter, da der Kontakt bei jeder Schwingung der Platte in seiner Innigkeit wechselt.

Das Instrument zeigt eine geringere Stromstärke an. Bei dieser Art der Einstellung entspricht einem Ausschlag von 20 Milliamp. die Schallstärke Null. Diese Methode der vergleichenden Schallmessung, die wohl zuerst von Hrn. Oberbeck<sup>1)</sup> angewandt wurde, ist sehr handlich, liefert aber auch nur relative Werte; auch ist sie sehr empfindlich gegen Störungen durch fremde Töne und Erschütterungen.

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 13. p. 222. 1881.

Die sämtlichen Messungen, die in den Tabbl. 1—4 wiedergegeben sind, beziehen sich auf einen Raum von den Dimensionen  $5 \times 5 \times 10$  m.

Variiert wurden die Tonstärke, der Abstand zwischen Tonquelle und Empfänger und die Stellung beider zu den Zimmerwänden. Die Verschiebung des Schallempfängers geschah stets in der Längsrichtung des Zimmers.

Alle Tabellen zeigen deutlich ausgeprägte Schallmaxima und Minima. Wie zu erwarten, erhält man nach allen drei Dimensionen des Raumes solche Maxima und Minima. Der Abstand zweier Maxima stimmt nicht überein mit der halben Wellenlänge des verwendeten Tones, da unter dem Einfluß der sechs reflektierenden Wände des Zimmers die Regelmäßigkeit gestört wird. Im allgemeinen werden die stehenden Wellen in der Nähe der Wände kürzer; da dieselben hier im wesentlichen nur durch den hingehenden und einen reflektierten Wellenzug zustande kommen, so nähert sich der Abstand zweier Knotenpunkte hier der berechneten halben Wellenlänge.

Die Intensität eines Schallmaximums ist aus demselben Grunde in der Nähe einer Wand am stärksten ausgeprägt. Folgende Tab. 5 gibt die Abstände der Minima durch drei ineinander gehende Zimmer wieder.

Tabelle 5.

| 170  | 310  | 500  | 800  | 920  | 1160 cm |
|------|------|------|------|------|---------|
| 1335 | 1510 | 1680 | 1820 | 2000 | —       |

Die berechnete Wellenlänge des Tones betrug 132 cm.

Wir haben in einem größeren Raum die Verteilung der Maxima und Minima der Schallstärke festgestellt. Trägt man dieselben in Koordinatenpapier ein, so erhält man ein anschauliches Bild von der Schallverteilung. Es würde sich dies Verfahren empfehlen, um Aufschluß zu erhalten über die sogenannte Akustik eines Gebäudes oder Saales. Auf die Wiedergabe der speziellen Resultate darf wohl verzichtet werden. Speziell für technische Zwecke würde sich hier ein objektives, selbst registrierendes Verfahren empfehlen, das darin besteht, die Schallverteilung photographisch zu fixieren. Wir hatten

darauf schon weiter oben hingewiesen und lassen nunmehr jetzt die Beschreibung des Apparates folgen.

Der Apparat besteht aus dem genannten Schallempfänger, dessen Stimmgabel jetzt senkrecht zur Horizontalebene schwingt, an Stelle des Mikroskopes tritt ein Projektionsobjektiv. Der Apparat war fahrbar auf 4 m langen Schienen aufgestellt; durch letztere erfolgte auch die Zuleitung zur Lichtquelle (Bogenlampe).

Mit dem Projektionsobjektiv war eine photographische Kassette durch eine Röhre aus schwarzem Tuch verbunden. Die Einrichtung der Kassette ist folgende: Vor einem rechteckigen Ausschnitt befindet sich hinter einer mit Millimeterteilung versehenen Glasskala eine Rolle äußerst empfindlichen Bromsilberpapiers, die in der Art der Films nach jeder Belichtung um die doppelte Spaltbreite verschoben wird. Um eine scharfe Einstellung zu erzielen, ist zu Anfang in das Papier ein Loch gestanzt in der Form des Ausschnittes; das Bild des Glasfadens wird auf einer Mattglasscheibe entworfen und von hinten durch ein rotes Fenster betrachtet.

Die erhaltenen Photographien zeigen die vergrößerte Amplitude des Glasfadens als schwarzen Strich auf kaum geschwärztem Hintergrund. Die Millimeterteilung bleibt weiß, so daß die Auswertung außerordentlich bequem ist. Jede Aufnahme erforderte eine Exposition von 8 Sekunden. Zwischen zwei Aufnahmen liegt eine Pause von etwa einer Minute; es dauert immer eine gewisse Zeit, bis die Gabel eine konstante, ihrem jeweiligen Abstände von der Tonquelle entsprechende Amplitude angenommen hat.

Wir lassen eine nach einer solchen Photographie erhaltene Abbildung folgen. Das Ergebnis der Ausmessung ist in der Tab. 6 zusammengestellt.

Tabelle 6.

|      |      |      |      |      |     |     |     |     |
|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| 22,5 | 22,1 | 20,8 | 19,0 | 18,0 | 6,4 | 3,0 | 6,0 | 8,0 |
| 8,5  | 7,0  | 4,2  | 1,2  | 2,0  | 4,0 | 6,5 | 7,0 |     |

Die Maxima und Minima treten in der Fig. 2 deutlich hervor.

Ganz ähnliche Zahlen erhält man auch, wenn man statt des Empfangsapparates die Tonquelle verschiebt. Gesetz-

mäßigkeiten erhält man auch in diesem Fall aus den oben genannten Gründen nicht.

Will man sich oberflächlich über die Verteilung der Maxima und Minima orientieren, so genügt bei einiger Übung schon das bloße Ohr, eine annähernd konstante Tonquelle

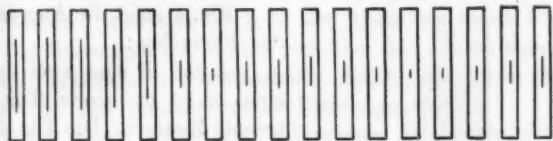


Fig. 2.

vorausgesetzt. Besser geeignet hierfür ist der schon erwähnte Resonanzkasten mit Glimmermembran; man erhält bei passender Einstellung der Kontaktschraube an den Maximis einen laut schnarrenden Ton, da die Glimmerscheibe gegen den Kohlekontakt anschlägt.

Trägt man den Kasten an einem Stiel im Zimmer umher, so lassen sich die Maxima schnell finden und scharf abgrenzen, auch auf größere Entfernung demonstrieren.

Ein weiteres Verfahren, das zu gleicher Zeit über die relative Größe der Maxima aufklärt, besteht darin, daß man eine passende Stimmgabel mit Resonanzkasten versieht und die Amplitude derselben an verschiedenen Orten auf einer berußten rotierenden Glasscheibe sich aufzeichnen läßt.

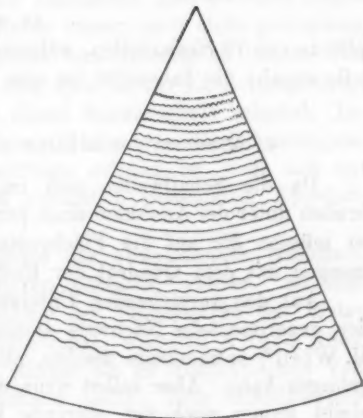


Fig. 3.

Fig. 3 zeigt eine solche Kurve mit drei Maxima; die Rußkurve läßt sich sehr gut auf photographisches Papier übertragen, wenn man die Platte auf die Schichtseite mit der Rußfläche auflegt und durch dieselbe kopiert.

## 5. Reflexion.

In gleicher Weise wie die durch stehende Wellen erzeugten Knoten und Bäuche läßt sich auch die Reflexion einer Schallwelle mit unserem Apparat bequem verfolgen und objektiv demonstrieren.

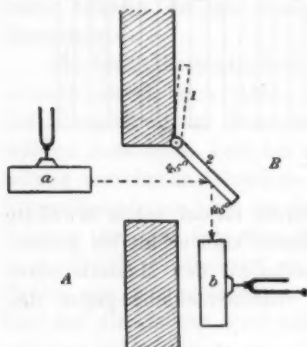


Fig. 4.

Fig. 4 zeigt die Anordnung des Versuches:

A und B sind zwei durch eine ca. 1 m breite Tür getrennte Zimmer. Die Tür dient als reflektierende Wand.

Man überzeugt sich leicht, daß die Amplitude der Empfänger gabel ein Maximum erreicht, wenn beide Apparate so gestellt sind, daß die Hauptrichtungen des Schalles mit der Tür gleiche Winkel bilden.

War dieser Winkel =  $45^\circ$ , so ergab Stellung 2 eine Amplitude von 70 Skalenteilen, während Stellung 1 nur 10 Skalenteile ergab; die Intensität ist also fast 50 mal so groß.

## 6. Abnahme des Schalles mit der Entfernung.

Da die Schallwellen sich im Raume kugelförmig ausbreiten unter der Annahme eines punktförmigen Schallzentrums, so müssen die auf die Flächeneinheit auffallenden Energiemengen mit dem Quadrat der Entfernung abnehmen.

Aus den vorstehenden Untersuchungen geht hervor, daß der experimentelle Nachweis dieses Gesetzes, worauf bereits M. Wien<sup>1)</sup> aufmerksam machte, nur in großen freien Räumen gelingen kann. Aber selbst wenn diese zur Verfügung stehen, bleibt immer noch der störende Einfluß der reflektierenden Bodenfläche. Zu Versuchen über die Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung stand uns der neben dem Areal

1) M. Wien, Wied. Ann. 36. p. 834. 1889.



der Technischen Hochschule gelegene Kasernenhof<sup>1)</sup> der alten Dragonerkaserne zur Verfügung. Die freie Fläche, die auf zwei Seiten von den niedrigen Stallgebäuden, auf der dritten von dem Hauptgebäude, auf der letzten von einer Häuserreihe eingeschlossen war, hat eine Grundfläche von ca. 10 000 qm.

Die Schallquelle stand bei diesen Versuchen an den Wänden der Gebäude, zuweilen auch in der Mitte des freien Platzes.

Die Messungen erstreckten sich über den ganzen Kasernenhof und erfolgten in verschiedenen Höhen über dem Boden, sowie nach den verschiedensten Richtungen hin.

Indes zeigte keine der zahlreichen Beobachtungsreihen die erwartete regelmäßige Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung. Dagegen ließen sich wieder überall auf dem Platze Maxima und Minima nach allen drei Dimensionen konstatieren. Dieselben waren etwas regelmäßiger gruppiert als im Zimmer und lagen näher aneinander. Auch aus der Größe der Maxima und Minima und ihrem jeweiligen Abstände von der Schallquelle ließen sich keine Schlüsse ziehen auf eine gesetzmäßige Abnahme, da die Maxima ebenso wie bei den Versuchen im geschlossenen Raume ab- und zunahmen. Die Versuche zeigen deutlich, daß der benutzte Raum immer noch nicht groß genug war, um die Knoten und Bäuche verschwinden zu lassen. Ein Versuch, die Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung nachzuweisen, bleibt immer mit dieser Schwierigkeit behaftet. Inwieweit derselbe auf ganz freier Fläche unter Berücksichtigung der Reflexion an der Erdoberfläche möglich ist, ließe sich mit unserem Apparat erst nach wesentlich gesteigerter Empfindlichkeit ausführen.

Verständlich werden indes die abweichenden Resultate, die von verschiedenen Autoren gefunden wurden. So fand Vierordt (1882) die Abnahme der Schallstärke der ersten Potenz der Entfernung proportional, während Allard (1882) fand, daß der Schall noch stärker als im quadratischen Verhältnis der Entfernung abnehmen sollte. Eine experimentelle Bestätigung des Grundgesetzes gelang M. Wien<sup>2)</sup> bei Benutzung einer großen freien Fläche.

1) Für die bereitwilligst erteilte Genehmigung sagen wir der Stadtkommandantur an dieser Stelle unseren verbindlichsten Dank.

2) M. Wien, l. c.

7. Durchgang des Schalles durch feste und poröse Körper.<sup>1)</sup>

Es lag nahe, mit Hilfe der beschriebenen Vorrichtung die Schalldurchlässigkeit verschiedener Substanzen zu untersuchen. Dazu schlossen wir die Schallquelle in einen Kasten ein. Durch eine Blende gelangte der Schall in den Empfangsapparat, der in ca. 70 cm Entfernung von der Schallquelle vor der Blende auf einem Tische stand. Der Kasten war würfelförmig und hatte eine Kantenlänge von 1 m. Er bestand aus einer Holzbekleidung von 2 cm; darauf folgte eine Sandschicht von 10 cm; dann eine Korkwand von 12 cm Dicke aus gewöhnlichem Korkstein. Es blieb somit innen ein würfelförmiger Raum von 50 cm Kantenlänge, der mit Flanell bekleidet war. Die Hinterwand des Kastens ließ sich herausnehmen, um die Apparate einzuführen. Der Verschluß geschah durch sechs Mutterschrauben und Filzdichtung. Im Innern befand sich außer der aufgehängten Schallquelle noch ein elektromagnetisch betätigter Dämpfer, der die Stimmgabel rasch zur Ruhe zu bringen gestattete, um die Zeit zwischen zwei Versuchen abzukürzen.

An der Vorderwand befand sich eine Blende von  $25 \times 25$  cm, um dieselbe war ringsherum eine Gummidichtung von 10 cm Dicke befestigt.

Die zu untersuchenden Objekte wurden als Platten von  $35 \times 35$  cm geschnitten, vor die Öffnung gebracht und durch einen Holzrahmen mit vier Flügelschrauben gleichmäßig an die Dichtung gepreßt. Die Schallquelle wurde vom Tisch des Beobachters aus elektrisch in Gang gesetzt. Der Unterbrecher stand in einiger Entfernung in einem Wandschrank, so daß ein Einfluß derselben auf den Empfangsapparat nicht in Betracht kam.

Wir begannen die Untersuchung mit Stoffproben, da solche sehr häufig als Schallisolatoren verwendet werden. Es ergab sich auffallenderweise, daß dieselben nur einen ganz unvollkommenen Abschluß gegen den Schall gewähren. Ihre Durch-

1) Dieser Teil der Untersuchungen wurde im Laboratorium der Korksteinfabrik Grünzweig & Hartmann in Ludwigshafen am Rhein ausgeführt. Wir möchten uns nicht der angenehmen Pflicht entziehen, auch an dieser Stelle Hrn. Kommerzienrat Dr. Grünzweig für die Beschaffung der Apparate und Materialien sowie für das uns bewiesene Interesse und Entgegenkommen unseren verbindlichsten Dank zu sagen.

lässigkeit betrug in vielen Fällen über 90 Proz. (bezogen auf die Schallstärke bei offenem Kasten). In dem Glauben, daß es sich bei dieser Art der Schallübertragung mehr um den erschwerten Durchgang der Luftwellen durch die Stoffporen als um eine Schwächung durch den Wechsel des Mediums handle, versuchten wir die Stoffe mit Wasser zu tränken. Wir erhielten damit eine Abnahme der Durchlässigkeit auf ca. 60–70 Proz. Doch ließ sich dies nur erreichen, wenn man vielfach zusammengelegte Stoffe nahm. Wie groß die Durchlässigkeit solcher Stoffe im allgemeinen ist, zeigt sehr gut der Filz, der sich mit Unrecht großer Beliebtheit als Schallisolator erfreut. In einer Schichtstärke von 3 cm verminderte derselbe die Schallintensität von 400 auf 324, also auf 81 Proz.

Nach einer einmaligen Pressung der Filzplatte zeigte sich eine Durchlässigkeit von 42 Proz. Die gute Durchlässigkeit der porösen Substanzen beruht also in erster Linie auf dem direkten Luftdurchgang; beseitigt man die Luft in den Körpern durch Flüssigkeit oder starke Pressung, so stellt sich auch ein relativ gutes Isoliervermögen ein. Wir untersuchten dann weiter eine große Anzahl von Korksteinplatten. Es sei vorher bemerkt, daß dieselben aus grob gemahlenem Kork hergestellt werden unter Anwendung eines Bindemittels. Dieselben standen in zwei Ausführungen zu unserer Verfügung. *Porös* als gewöhnlicher Korkstein und *weniger porös* als imprägnierter Korkstein. Die letztere Plattensorte wird hergestellt, indem die gewöhnlichen Platten mit einer pechartigen Masse imprägniert werden. Da der Korkstein in seiner Struktur einem Gewebe insofern ähnlich ist, als er sehr viele Poren enthält, so waren für denselben ähnliche Resultate zu erwarten wie für den Filz. Die folgende Tab. 7 bestätigt diese Annahme:

Tabelle 7.

| Name                          | Dicke | Ausschlag |
|-------------------------------|-------|-----------|
| Gew. Korkstein . . . . .      | 1     | 185       |
| " " . . . . .                 | 2,5   | 154       |
| " " . . . . .                 | 3,5   | 72        |
| " " mit Pechüberzug . . . . . | 6     | 64        |
| " " " Gipsüberzug . . . . .   | 6,5   | 62        |
| " " " Papierüberzug . . . . . | 3     | 12        |
| " " " Zementbelag . . . . .   | 3     | 5         |

Tabelle 7 (Fortsetzung).

| Name  | Dicke | Ausschlag |
|---|-------|-----------|
| Gew. Korkstein mit Gipsplatte . . . . .     | 3     | 5         |
| Imprägn. Korkstein . . . . .                | 2     | 19        |
| "    "    mit 4 mm Linoleumbelag . . . . .  | 2     | 14        |
| "    "    fein . . . . .                    | 2     | 15        |
| "    "    mit Papier . . . . .              | 2     | 6         |
| Doppelrahmen aus Korkstein, leer . . . . .  | 1,5   | 148       |
| "    "    mit Sand gefüllt, lose . . . . .  | 1,5   | 56        |
| "    "    "    "    fest . . . . .          | 1,5   | 36        |
| "    "    Korkschat gefüllt, lose . . . . . | 1,5   | 30        |
| "    "    "    "    fest . . . . .          | 1,5   | 20        |

Die Dicke ist in Zentimetern gerechnet. Der Ausschlag bei offenem Kasten beträgt stets 200.

Allgemein ergibt sich, daß die Durchlässigkeit in der Regel im umgekehrten Verhältnis zu der Dichte des Körpers steht. Dies scheint mit manchen praktischen Erfahrungen im Widerspruch zu stehen, erklärt sich daher dadurch, daß es sich in den meisten Fällen nicht um die direkt von der Schallquelle ausgehende Luftwelle handelt, sondern fast immer um die Schwingungen fester Körper, die selbständig wieder Schallwellen in der benachbarten Luft erzeugen.

Die Durchlässigkeit einiger dünner Platten (Membranen) ergab sich wie folgt.

Tabelle 8.

| Name                         | Dicke   | Ausschlag | Name                         | Dicke | Ausschlag |
|------------------------------|---------|-----------|------------------------------|-------|-----------|
| Strohpappe                   | 1 Stück | 155       | Linoleum                     | 0,4   | 30        |
| "                            | 2 "     | 130       | Glasplatte                   | 0,2   | 74        |
| "                            | 3 "     | 110       | Tannenholz                   | 0,5   | 38        |
| "                            | 4 "     | 85        | Eisenblech                   | 0,1   | 12        |
| Bei offenem Kasten Ausschlag |         |           | Bei offenem Kasten Ausschlag |       |           |
| = 288.                       |         |           | = 200.                       |       |           |

Es wurde weiter untersucht, ob sich die Durchlässigkeit von Platten bei verschiedener Tonstärke verschieden zeigt.

Tabelle 9.

|                                    | stark | Proz. | schwach | Proz. |
|------------------------------------|-------|-------|---------|-------|
| Kasten offen . . . . .             | 95    | 100   | 60      | 100   |
| Delmenhorster Kork . . . . .       | 20    | 5     | 12      | 4     |
| Korkstein von Grünzweig & Hartmann | 30    | 11    | 20      | 11    |
| Eisenblech . . . . .               | 4     | 0,2   | 2       | 0,1   |

Die beiden angewandten Töne haben eine Intensität von 2,5:1; die Herabminderung durch die Platten ist in beiden Fällen fast genau die gleiche. Bei der Eisenplatte ist die beobachtete Amplitude so klein, daß die Messung für einen Vergleich kaum als genügend genau zu betrachten ist.

Es erübrigt noch, darauf hinzuweisen, daß eine Schall-isolation praktisch nur durch komplizierte Anordnungen möglich ist, die erstens jeden Übergang der direkten Schallwelle und zweitens jede Schwingung der festen Körper als ganzes möglichst ausschließen (Schallübertragung durch feste Körper, Gehen, Klopfen, Stoßen). Trotzdem der Korkstein, wie aus den Tabellen ersichtlich, nicht die stärkste Herabminderung der durchgelassenen Tonintensität erzielt, gehört er doch zu den bewährtesten Isolatoren, da er in besonders hohem Grade die Fähigkeit besitzt, den Stoß zu absorbieren und somit die Übertragung der Schwingungen an feste Körper zu verhindern.

8. Abnahme der Schallübertragung in Gasen mit vermindertem Druck. Es ist bekannt, daß trübe, neblige und kalte Luft den Schall besser fortleitet als dünne, daß also im allgemeinen die Stärke der Schallübertragung mit der Dichte des Gases wächst. Der häufig gezeigte Demonstrationsversuch, bei dem eine elektrische Klingel unter dem Rezipienten einer Luftpumpe zum Tönen gebracht wird, während man evakuiert, zeigt deutlich die Abnahme der Schallabgabe mit wachsender Luftverdünnung. Meist hört man auch bei niedrigen Drucken noch deutlich das Anschlagen des Klöppels an die Glocke. Um den Gang der Schallabnahme mit vermindertem Druck ziffernmäßig zu verfolgen, bedienten wir uns folgender Vorrichtung.

Ein glockenförmiges Glasgefäß von etwa 60 Liter Inhalt diente als Rezipient. In demselben befanden sich nur die

Resonanzkästen der Tonquelle und des Empfängers; die Zuführung des Schalles von und zu den Stimmgabeln geschah durch 1 cm dicke Glasstäbe. Diese Anordnung hat hauptsächlich den Vorzug, daß man die Apparate gut kontrollieren kann, da sie sich außerhalb des Rezipienten befinden. Auch sind sie jeder Beeinflussung durch Druckänderungen entzogen. Zu befürchten bleibt nur, daß durch die Zuleitung zu viel Schallenergie verbraucht würde und ferner daß eine Übertragung auf den Empfänger durch Leitung vermittelt der Glaswandung auftreten könnte. Vor Beginn der Versuche im luftverdünnten Raum untersuchten wir daher, inwieweit die Schallübertragung einer schwingenden Gabel auf ihren Resonanzkasten durch Zwischenschalten einer 60 cm langen Glasstange von 1 cm Dicke beeinflußt wird, und fanden, daß mit dem Ohr kaum eine Änderung zu konstatieren war. Eine bedeutende Abnahme ergab sich aber, wenn die Glasstange rechtwinklig geknickt war.

Um die Schallquelle möglichst vom Glasgefäß zu isolieren, war sie an einer über eine Rolle geführten Schnur an der Zimmerdecke aufgehängt. Die Dichtung geschah ohne feste Verbindung in der Weise, daß über die Glasstange mit geringer Reibung ein Kork in den Tubus des Rezipienten geschoben wurde und auf denselben eine 3 cm hohe Schicht Luftpumpenfett gebracht war. Mit Hilfe des Schnurlaufes ließ sich der Abstand der Tonquelle von dem Empfängerkasten passend einstellen. Die Glasstange, die den Empfänger selbst mit dem zweiten Resonanzkasten verband, war durch einen Gummistopfen (seitlich) horizontal in einem seitlichen Tubus der Glasglocke befestigt. Die Resonanzkasten waren horizontal, parallel zueinander angeordnet, so, daß ihre Öffnungen derselben Wand zugekehrt waren. Den notwendigen starken Ton lieferte eine Betriebskraft von 10 Volt. Der Unterbrecher war sonst der gleiche wie der unter 2. beschriebene; der Rezipient wurde durch drei gleichzeitig arbeitende Wasserstrahlluftpumpen evakuiert.

Zu Beginn der Versuche wurden beide Resonanzkasten aus der Glocke entfernt und die Tonquelle erregt; es zeigte sich, daß der Empfänger trotz empfindlicher Einstellung in Ruhe blieb. Zu hören war nur der schwache Ton, den der

auf dem Tisch befestigte Unterbrecher beim Abschnellen erzeugte. Gegen die unmittelbare Einwirkung dieses Tones wurde der Empfänger erfolgreich durch untergelegte Tücher geschützt.

Wir lassen zwei Versuchsreihen hier folgen.  $d$  bedeutet den Druck in Millimetern Quecksilber,  $J$  die aus dem Ausschlag berechnete Schallstärke.

| $d$ | $J$  | $J'$ | $d/J$ | $d/J'$ |
|-----|------|------|-------|--------|
| 40  | 49   | 49   | 0,81  | 0,81   |
| 50  | 76   | 81   | 0,68  | 0,61   |
| 60  | 121  | 121  | 0,50  | 0,50   |
| 70  | 225  |      | 0,31  |        |
| 100 | 348  | 400  | 0,28  | 0,25   |
| 120 | 645  | 576  | 0,18  | 0,20   |
| 150 | 784  | 784  | 0,19  | 0,19   |
| 200 | 1156 | 1089 | 0,17  | 0,18   |
| 250 |      | 1369 |       | 0,18   |
| 300 | 2025 | 1600 | 0,14  | 0,18   |
| 400 | 2500 | 1764 | 0,16  | 0,22   |
| 750 | 2600 | 1764 | 0,34  | 0,22   |

Eine wesentliche Abnahme erfolgt erst bei einem Druck von 300 mm abwärts. Die stärkste Verminderung tritt zwischen 300 und 100 mm Hg ein. Das Verhältnis Druck zu Intensität wird für einen Druck von ca. 300 mm ein Minimum. Eine Gesetzmäßigkeit läßt sich aus den Beobachtungen nicht ableiten.

9. Zum Schluß möchten wir noch kurz einige Worte sagen über die Resonanzkästen und eine an ihnen gemachte Beobachtung. Bei der Herstellung solcher Kästen ist vor allem darauf zu sehen, daß man gleichmäßiges, trockenes, altes Holz verwendet, das radial aus einem Stamm gespalten ist. Man findet bei ganz gleichen Dimensionen Exemplare von sehr verschiedener Güte. Wirklich gute Resonanzkästen scheinen ebenso selten wie gute Geigen.

Hat man den Kasten abgestimmt, zu welchem Zweck man ihn mit Watte ausfüllt und allmählich verkürzt und ein Maximum des Ansprechens desselben auf die Stimmgabel erreicht, so kann man häufig einen noch zwei- bis dreimal so starken Ton hervorbringen, wenn man den Kasten auf der Rückseite in der Mitte mit einem Loch versieht. Die Größe desselben



ist wesentlich von Einfluß; das Optimum muß durch einen Versuch ermittelt werden.

Die Wirkung besteht wohl darin, daß bei allzustarkem Mitschwingen des Holzes nicht die ganze Energie als Schall durch die Hauptöffnung des Kastens austreten kann, sondern ein beträchtlicher Teil als Wärme auftritt und so scheinbar verschwindet. Das Loch fungiert in diesem Falle als Ventil, analog dem Fenster in der Paukenhöhle des menschlichen Ohres. Die Kraft, mit der die Luft aus einem solchen Loch herausgeblasen wird, ist so groß, daß eine davor gehaltene Kerze erlischt.

10. Nach Fertigstellung der vorstehenden Arbeit wurden wir von ärztlicher Seite auf ein kürzlich erschienenen Werk aufmerksam gemacht, in welchem Hr. Prof. Dr. Ostmann<sup>1)</sup> die mikroskopische Messung von Stimmgabelamplituden als Grundlage für ein objektives Hörmaß einführt. Wir möchten hier ganz kurz darauf hinweisen, daß gerade zu diesem Zweck auch unsere Meßmethode vortrefflich geeignet scheinen dürfte. Bei annähernd gleicher Empfindlichkeit hat sie den Vorzug, daß nicht eine rasch abfallende Amplitude gemessen (bez. berechnet) wird, sondern eine langsam ansteigende oder Konstante.

Karlsruhe, Juli 1904, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

1) P. Ostmann, Ein objektives Hörmaß und seine Anwendung. Verlag von J. F. Bergmann, Wiesbaden 1903.

(Eingegangen 26. August 1904.)



## 6. Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern; von F. Henning.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

An dem von Kohlrausch und Holborn<sup>1)</sup> zuerst beschriebenen fest aufgehängten störungsfreien Torsionsmagnetometer wurden Messungen über die Konstante des Instrumentes und seinen Temperaturkoeffizienten angestellt. Sodann sind mit dem in der zweiten Abhandlung<sup>2)</sup> beschriebenen tragbaren Instrument Messungen ausgeführt worden, die sich besonders auf die Empfindlichkeit und die Astasierung des Magnetsystems beziehen. Mit diesem zweiten Instrument wurden auch einige Beobachtungen außerhalb der Reichsanstalt angestellt. Bei dieser Gelegenheit wird näher auf das Wachstum eingegangen, das die magnetischen Störungen in der Reichsanstalt seit Einführung und Verbreitung des elektrischen Straßenbahnbetriebes mit Erdleitung gezeigt haben.

### I. Beobachtungen an dem an der Decke aufgehängten Magnetometer.

Die Magnete befanden sich in der Nord-Südrichtung, die Stromspule in erster Hauptlage zum unteren Magnet.

#### 1. Die Empfindlichkeit.

*Formel und Konstanten.* Bezeichnet man die Konstante des Instrumentes, seine reziproke Empfindlichkeit, mit  $C$ , so gilt unter Beibehaltung der Bezeichnungen in der erwähnten Arbeit (l. c. 10. p. 299) die Formel

$$C = \frac{2SJ}{a^3} \left[ 1 + \frac{1}{a^2} \left( \frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2 - \frac{9}{16} \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \right) + \psi \left( \frac{a}{h} \right) \right] \frac{1}{\alpha + \frac{1}{2} a^2}.$$

1) F. Kohlrausch u. L. Holborn, Ann. d. Phys. 10. p. 287. 1903.

2) F. Kohlrausch u. L. Holborn, l. c. 13. p. 1054. 1904.

Dabei ist

$$\psi\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^2 - \left(\frac{a}{h}\right)^3}{\left[1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Es ist  $h$  der senkrechte Abstand beider Magnete,  $l$  ihre Pol-  
distanz,  $S$  die Windungsfläche,  $L$  die Länge,  $R_0$  und  $R_1$  der  
innere und äußere Halbmesser der Spule,  $J$  die Stärke des  
durch die Spule geschickten Stromes,  $a$  der Abstand der  
Spulenmitte vom unteren Magnet,  $\alpha$  der durch Spiegel und  
Skale gemessene Ablenkungswinkel.

Für das Magnetometer gelten die Werte:  $h = 192,3$  cm,  
 $l = 5$  cm. Die Stromstärke, die etwa 1 Amp. betrug, wurde  
mit einem Westonstromzeiger auf 0,001 bis 0,002 gemessen.  
Damit ist gleichzeitig die Genauigkeitsgrenze für die hier vor-  
liegende Bestimmung der Konstanten gegeben.

Für die beiden Spulen  $A$  und  $B$  aus Aluminiumdraht  
gelten die von Hrn. Kahle<sup>1)</sup> gelegentlich seiner Arbeit über  
das Helmholtzsche Elektrodynamometer bestimmten Werte:

|     | $R_0$<br>cm | $R_1$<br>cm | $L$<br>cm | $S$<br>cm <sup>2</sup> |
|-----|-------------|-------------|-----------|------------------------|
| $A$ | 2,28        | 2,66        | 4,96      | 7075,7                 |
| $B$ | 2,28        | 2,78        | 5,03      | 11101                  |

Die in Abhängigkeit von der Strombelastung (l. c.) an-  
gegebenen Werte der Windungsfläche  $S$  sind für die mittlere  
hier angewandte Stromstärke von etwa 1 Amp. berechnet.

*Größe der Korrektionsglieder.* In der Formel für die Kon-  
stante des Instrumentes treten Korrekturen auf: 1. wegen  
der Nadellänge des Magnetometers und der Dimensionen der  
Spule, ebenso wie bei dem gewöhnlichen Magnetometer,  
2. wegen des Einflusses der Spule auf den (oberen) Nebennagnet.

Man findet für die meist gebrauchte Spule  $B$

$$\frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2 - \frac{1}{10} \frac{R_1^3 - R_0^3}{R_1^2 - R_0^2} = -15,76.$$

Die Werte von  $\psi(a/h)$  kann man aus der Tabelle l. c. 10.  
p. 297 entnehmen. Es ergibt sich folgende Zusammenstellung  
für einige häufig verwendete Werte des Abstandes  $a$ .

1) K. Kahle, Wied. Ann. 59. p. 532. 1896.

| $a$<br>cm | $\frac{a}{h}$ | Korrektion wegen        |                       | Ganze<br>Korrektion |
|-----------|---------------|-------------------------|-----------------------|---------------------|
|           |               | Nadellänge<br>und Spule | des oberen<br>Magnets |                     |
| 45        | 0,234         | -0,00778                | +0,00500              | -0,00278            |
| 55        | 0,286         | -0,00521                | +0,00804              | +0,00283            |
| 65        | 0,338         | -0,00373                | +0,01186              | +0,00763            |
| 75        | 0,390         | -0,00280                | +0,01449              | +0,01169            |
| 85        | 0,442         | -0,00218                | +0,01684              | +0,01466            |
| 95        | 0,494         | -0,00175                | +0,01786              | +0,01611            |
| 105       | 0,546         | -0,00143                | +0,01711              | +0,01568            |

Die Korrekationen für Spule  $A$  sind von derselben Größenordnung.

**Beobachtungsbeispiel.** Zu jedem Abstände gehören Ablenkungen von Osten und von Westen in beiden um  $180^\circ$  verschiedenen Lagen der Spule und mit kommutiertem Strom. Der Strom wurde längere Zeit vor der Messung geschlossen, damit die Spule ihre Temperatur nicht mehr änderte und der Meßstrom konstant blieb. Die Ablesungen am Westonzeiger, dessen Temperaturkoeffizient zu  $-0,0004$  bestimmt wurde, sind auf  $15^\circ$  reduziert.

Das folgende Beispiel einer Messung vom 6. Januar 1903 bezieht sich auf 45 cm mittleren Abstand. Unter  $p$  stehen die Skaleneinstellungen bei beiden Stromrichtungen.  $2e$  ist die doppelte Ablenkung. Die Ruhelage war bei 472,0, die Stromstärke hielt sich konstant auf 0,996, Amp.

Erste Richtung der Spule.

Zweite Richtung (um  $180^\circ$  gedreht).

a) Spule westlich.

| $p$   | $2e$  | $p$   | $2e$  |
|-------|-------|-------|-------|
| 135,9 |       | 803,0 |       |
| 802,4 | 666,5 | 134,7 | 668,3 |
| 136,0 | 666,4 | 803,0 | 668,3 |

b) Spule östlich.

| $p$   | $2e$  | $p$   | $2e$  |
|-------|-------|-------|-------|
| 802,0 |       | 135,0 |       |
| 136,3 | 665,7 | 803,1 | 668,1 |
| 802,0 | 665,7 | 135,0 | 668,1 |

Mittelwert  $2e = 667,14$ .

Die Unsymmetrien von etwa  $\pm 1$  Proz. gegen die Nulllage bei Stromwechsel und  $\pm 0,3$  Proz. in den beiden Rich-

tungen der Spule erreichen den bei magnetischen Beobachtungen auch sonst wohl vorkommenden Betrag.

Von der Entfernung  $a=45$  cm ging man von 10 zu 10 cm fortschreitend ( $e_1$ ) bis zu 95 cm und dann zurück ( $e_2$ ) bis  $a=45$  cm. — Der Skalenabstand  $\Delta$  betrug 2000 mm.

Die Resultate vom 6. Januar 1903 sind alle für  $J=0,0996$  CGS. gültig. Die Temperatur betrug  $18,9^\circ$ .

| $a$<br>cm | $e_1$<br>mm | $e_2$<br>mm | $e$ Mittel<br>mm | $\frac{2SJ}{a^3}$ | $\frac{1}{\alpha + \frac{1}{2}\alpha^3}$ | $C$     | $10^5 \Delta$ |
|-----------|-------------|-------------|------------------|-------------------|--|---------|---------------|
| 45        | 333,57      | 333,54      | 333,55           | 0,29285           |  | 0,29204 | + 5           |
| 55        | 182,86      | 183,14      | 183,00           | 0,29119           |  | 0,29201 | + 2           |
| 65        | 111,23      | 111,18      | 111,23           | 0,28993           |  | 0,29214 | + 15          |
| 75        | 72,66       | 72,76       | 72,71            | 0,28863           |  | 0,29200 | + 1           |
| 85        | 50,07       | 50,13       | 50,10            | 0,28769           |  | 0,29190 | - 9           |
| 95        | 35,92       | 35,96       | 35,94            | 0,28721           |  | 0,29188 | - 16          |
|           |             |             |                  |                   |  |         | 0,29199       |

Der mittlere Beobachtungsfehler beträgt  $\pm 0,38\%$ .

## 2. Zeitliche Konstanz der Größe $C$ .

### Beobachtungen mit Spule B.

| 1903     | Zahl<br>der Beob. | Temp.<br>$t$ | $C_i$   | Mittlerer<br>Fehler     | $C_{18}$ | $10^5 \Delta$ |
|----------|-------------------|--------------|---------|-------------------------|----------|---------------|
| 6. Jan.  | 12                | 18,9         | 0,29199 | $\pm 0,38^{\circ}_{00}$ | 0,29148  | - 41          |
| 1. Febr. | 6                 | 16,7         | 0,29229 | $\pm 0,41$              | 0,29206  | + 17          |
| 16. „    | 5                 | 13,0         | 0,29169 | $\pm 0,34$              | 0,29195  | + 6           |
| 17. „    | 4                 | 4,9          | 0,29041 | $\pm 0,48$              | 0,29173  | - 16          |
| 18. „    | 2                 | 14,5         | 0,29177 | $[\pm 0,05]$            | 0,29184  | - 5           |
| 21. „    | 5                 | 16,3         | 0,29245 | $\pm 0,55$              | 0,29228  | + 39          |
|          |                   |              |         |                         | 0,29189  |               |

Die Reduktion auf  $15^\circ$  geschah mit dem Temperaturkoeffizienten 0,00045 für  $D/M$  (vgl. unten p. 820), dem Quotienten aus der Direktionskraft des Fadens und dem Moment der Magnete.

### Beobachtungen mit Spule A.

| 1903     | Zahl<br>der Beob. | Temp.<br>$t$ | $C_i$   | Mittlerer<br>Fehler | $C_{18}$ |
|----------|-------------------|--------------|---------|---------------------|----------|
| 28. Jan. | 5                 | 16,9         | 0,29226 | 0,58 ‰              | 0,29201  |
| 4. Febr. | 5                 | 17,4         | 0,29226 | 1,31                | 0,29195  |
|          |                   |              |         |                     | 0,29198  |

Die Abweichung von dem mit Spule B gefundenen Mittel liegt innerhalb der Fehlergrenze, und die im ganzen für diesen

Zeitraum angenommene Konstante des Instrumentes  $C = 0,2919$  bei  $15^\circ$  wird auf etwa 1 Promille zu verbürgen sein.

Die bei Kohlrausch und Holborn (10. p. 303) angegebenen Werte vom 23. April und 29. August 1902, welche für die Temperaturen  $19,8$  und  $18,3^\circ$  gelten, lauten auf  $15^\circ$  reduziert: 23. April  $C_{15} = 0,2911$  und 29. August  $C_{15} = 0,2924$ . Ein Gang der Konstante läßt sich also in den zehn Monaten nicht nachweisen.

### 3. Temperatureinfluß.

Die Größe  $D/M$ , welche im wesentlichen die Konstante des Instrumentes darstellt, hängt in doppelter Beziehung von der Temperatur ab. Sowohl das Moment  $M$  der Magnete als auch die Torsionskraft  $D$  des Aufhängedrahtes nehmen mit wachsender Temperatur ab. Die beiden Temperaturkoeffizienten wurden einzeln bestimmt.

*Temperaturkoeffizient  $\alpha$  der Magnete.* Dieser wurde an zwei anderen mit 2 und 4 bezeichneten gleichen Magneten aus demselben Stahl ermittelt, die identisch mit denen des Magnetometers behandelt waren. Ihre Momente unterschieden sich von den fast genau gleichen Magneten des Instrumentes um  $+1,5$  bez.  $-2,0$  Proz.

Die Bestimmung geschah nach der Weberschen Kompensationsmethode mittels des Torsionsmagnetometers selbst. Der zu untersuchende Magnet wurde in einem mit Wasser von wechselnder Temperatur gefüllten Messingkästchen dem Magnetometer von Westen auf 30 cm genähert. Die dadurch bewirkte Ablenkung kompensierte der andere auf der Ostseite befindliche Magnet, der auf Zimmertemperatur blieb.

Die unten mitgeteilte Beobachtungsreihe bezieht sich auf Magnet 2. Die Einstellungen des Magnetometers bedeuten Millimeter für den Skalenabstand 2000 mm. Sie hielten sich während mehrerer Minuten merklich ungeändert.

Ruhelage 500,0; Einstellung ohne Kompensation 136,5

| Temperatur        | 18,0  | 11,1  | 35,3  | 18,6° |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| beob. Einstellung | 499,7 | 498,2 | 503,7 | 499,8 |
| ber. „            | 499,8 | 498,2 | 503,7 | 499,9 |

Einstellung ohne Kompensation 137,0.

Im Mittel betrug also die beobachtete Ablenkung ohne Kompensation 363,2 mm oder auf  $\alpha/\cos \alpha$  des Ablenkungswinkels  $\alpha$  reduziert 360,7. Die bei dem Temperaturwechsel sich ergebenden Ablenkungen sind direkt den Änderungen des Momentes proportional zu setzen. Die berechneten Werte ergeben sich dadurch, daß man die Änderung der Einstellung pro Grad zu 0,227 mm annimmt. Daraus folgt als Temperaturkoeffizient  $-\frac{0,227}{361} = -0,00062_0$ .

Die Messung mit vertauschten Polen lieferte die Verschiebung pro Grad = 0,231 mm und die dem ganzen Moment proportionale Größe = 372,8. Daraus folgt als Temperaturkoeffizient  $-0,00061_0$ ; als Mittel für Magnet 2 also  $-0,00062_0$ .

Für Magnet 4 wurden entsprechend die Werte  $-0,00067_0$  und  $-0,00065_0$ , also im Mittel  $-0,00066_0$  gefunden. Das Gesamtmittel  $\alpha = -0,00065$  wird für den Temperaturkoeffizienten der Magnete des Instrumentes angenommen.

*Temperaturkoeffizient  $b$  des Aufhängedrahtes.* Dieser wurde an einem 30 cm langen Stück aus dem Material des Aufhängedrahtes bestimmt, das ebenso wie dieser ausgeglüht war. Der Draht wurde durch ein Messinggewicht von 500 g belastet und dessen Schwingungsdauer bei Zimmertemperatur mit der bei 100° verglichen. Die Heizung geschah in einem doppelwandigen Siedeapparat von 50 cm Höhe. Dem Draht parallel im Abstand von 5 mm lief ein 0,1 mm dicker Platindraht, aus dessen Widerstand die Temperatur des Heizraumes bestimmt wurde.

Die Beobachtungen wurden nach der von F. Kohlrausch und Loomis<sup>1)</sup> beschriebenen Weise angestellt. Die Amplitude der Schwingungen begann mit etwa 14°. Im Mittel aus mehreren Beobachtungen ergab sich bei 15,5° die Schwingungsdauer zu 32,8034 sek und bei 99,3° zu 33,0766 sek. Daraus folgt, lineare Beziehung angenommen, 0,0000994 gleich dem Temperaturkoeffizienten der Schwingungsdauer, also  $b = -0,00020$  für den Temperaturkoeffizienten des Torsionsmoduls oder der Direktionskraft  $D$ , ein im Vergleich mit den meisten Metallen kleiner Betrag.

Wir setzen den Temperaturkoeffizienten  $c$  von  $D/M$  hier nach gleich  $0,00065 - 0,00020 = +0,00045$ .

1) F. Kohlrausch u. F. E. Loomis, Pogg. Ann. 141. p. 481. 1870.

## II. Einfluß des Azimuts und der Astatisierung auf das Magnetssystem.

Es möge ein drehbar aufgehängtes System von zwei senkrecht untereinander starr verbundenen Magneten entgegengesetzter Richtung betrachtet werden. Der eine Magnet (Hauptmagnet) habe das Moment  $M$ , der andere das wenig davon verschiedene Moment  $M(1 + m)$ . Beide Magnete mögen den kleinen Azimutalwinkel  $\lambda$  einschließen.

Das System wird gerichtet durch einen Aufhängefaden von der Direktionskraft  $D$  und, soweit es nicht völlig astatisch ist, durch das Erdfeld  $\mathfrak{H}$ . Ablenkend wirkt eine in der Schwingungsebene des Hauptmagnets befindliche stromdurchflossene Spule (oder ein Magnet), die am Ort des Hauptmagnets das Feld  $F_1$ , am Ort des zweiten Magnets das Feld  $F_2$  erzeugt. Da man für alle praktisch verwendbaren Fälle  $F_2 < 0,02 F_1$  machen wird, so kann man, ohne einen in Frage kommenden Fehler zu begehen, hierbei  $\lambda$  und  $m$  vernachlässigen und die Werte von  $F_1$  und  $F_2$  aus der Arbeit von Kohlrausch und Holborn (l. c. 10. p. 295) entnehmen, wo der vereinfachte Fall  $m = 0$ ,  $\lambda = 0$  behandelt ist.

Das von der Spule auf das System ausgeübte Drehmoment ist bei einer Ablenkung um den Winkel  $\alpha$  aus der Ruhelage  $M(F_1 + F_2) \cos \alpha = MF \cos \alpha$ , wo  $F_2$  positiv zu setzen ist, wenn es entgegengesetzte Richtung hat wie  $F_1$ .  $F(\cos \alpha)/\alpha$  ist die reziproke Empfindlichkeit oder die Konstante  $C$  des Instrumentes.  $C$  ist andererseits gleich der durch  $M$  dividierten Richtkraft des Systems, also abgesehen vom Erdfeld gleich  $D/M$ . Die Wirkung des Erdfeldes ist gleichwertig mit der Wirkung auf einen „Restmagnet“ vom Moment

$$M' = M \sqrt{1 + (1 + m)^2 - 2(1 + m) \cos \lambda} = M \cdot f(m, \lambda).$$

Bezeichnet man mit  $\alpha$  den Winkel zwischen Restmagnet und Hauptmagnet, wobei  $\alpha$  ebenso wie  $\lambda$  vom Hauptmagnet aus im Sinne des Uhrzeigers positiv gezählt wird, so ist

$$\sin \alpha = - \sin \lambda \frac{1 + m}{f(m, \lambda)} \quad \text{und} \quad \cos \alpha = \frac{1 - (1 + m) \cos \lambda}{f(m, \lambda)}.$$

Hat der Hauptmagnet das Azimut  $\varphi$  ( $\varphi = 0$ , wenn sein Nordpol nach Nordpol weist), so beträgt die Änderung des Dreh-



momentes, die das System im Erdfelde  $\S$  bei Änderung des Winkels  $\varphi$  um  $d\alpha = d\varphi$  erleidet,  $\S M' \cos(\varphi + \alpha) d\alpha$ . Es ist also in diesem Falle die Richtkraft des Erdfeldes

$$\S M' \cos(\varphi + \alpha) = \S M \{ \cos \varphi [1 - (1 + m) \cos \lambda] + (1 + m) \sin \varphi \cdot \sin \lambda \}.$$

Berücksichtigt man noch die Induktion des Erdfeldes, deren Koeffizient  $\mu$  sei, so ist, solange  $\lambda \mu$  gegen 1 zu vernachlässigen ist, die Konstante des Instrumentes

$$(1) \quad \left\{ C = \frac{D}{M} (1 - \mu \cos \varphi) + \S \{ \cos \varphi [1 - (1 + m - 2\mu \cos \varphi) \cos \lambda] + \sin \varphi (1 + m - 2\mu \cos \varphi) \sin \lambda \} \right\}.$$

Daraus folgt für die Nordsüdlage ( $\varphi = 0$  oder  $180^\circ$ )

$$(2) \quad C = \frac{D}{M} (1 \mp \mu) \pm \S [1 - (1 + m \mp 2\mu) \cos \lambda]$$

und für die Ostwestlage ( $\varphi = 90$  oder  $270^\circ$ )

$$(3) \quad C = \frac{D}{M} \pm \S (1 + m) \sin \lambda.$$

Subtrahiert man  $C$  für  $\varphi = 270^\circ$  von  $C$  für  $\varphi = 90^\circ$  [vgl. (3)], so erhält man  $2\S(1 + m)\sin\lambda$ . Da  $m$  klein ist gegen 1, so ist damit eine einfache Methode zur Bestimmung von  $\lambda$  und somit zur Astasierung des Systems gegeben.

Zur Astasierung wird man also folgendermaßen verfahren: man stellt das System in die Ostwestlage, derart, daß der obere Magnet mit dem Nordpol nach Osten weist. Beobachtet wird  $C_1 = F(\cos \alpha_1)/\alpha_1$ . Dann wird das System um  $180^\circ$  gedreht und  $C_2 = F(\cos \alpha_2)/\alpha_2$  beobachtet. Man setzt  $C_1 - C_2 = 2\S \sin \lambda$  und dreht den Nebemagnet gegen den Hauptmagnet um den berechneten Winkel  $\lambda$ . — Ist  $C_1$  und  $C_2$  bekannt, so findet man

$$\frac{D}{M} = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).$$

### III. Beobachtungen mit dem tragbaren Instrument.

Die durch die Formeln gegebenen Beziehungen wurden an dem tragbaren Instrument geprüft. Um die Ergebnisse

1) Die so berechnete Richtkraft gilt streng genommen nur für unendlich kleine Ablenkungswinkel, doch trifft sie auch noch für mäßig kleine Winkel zu, wenn man die unter sonst gleichen Umständen nach entgegengesetzten Seiten erfolgenden Ausschläge mittelt.



klar hervortreten zu lassen, wurden für  $\lambda$  Winkel bis  $20^\circ$  angewendet. Die Beobachtungen ergeben, daß für diese Werte die Formeln ausreichende Gültigkeit behalten.

### 1. Die Konstante $C$ .

Um den Faktor  $m$  zu ermitteln, wurde in der Ostwestlage die Änderung von  $C$  infolge Vertauschung beider Magnete bestimmt. Der Induktionskoeffizient  $\mu$  ergibt sich aus dem Unterschied der Konstante  $C$  in beiden um  $180^\circ$  verschiedenen Nord-südlagen. Die Messung lieferte die Werte  $m = 0,003$ ;  $\mu = 0,003$ .

Die Abhängigkeit der Konstanten  $C$  vom Astasierungswinkel  $\lambda$  wurde in der Nordsüd- und Ostwestlage bestimmt. Nach Justierung des Instrumentes wurde bei Änderungen des Winkels  $\lambda$  das ganze System mittels des Torsionskopfes so lange gedreht, bis sich der obere (Haupt-)Magnet wieder in seiner ursprünglichen Ruhelage befand. Die Änderung des Astasierungswinkels wird an dem von  $9$  zu  $9^\circ$  geteilten Kreise zwischen beiden Magneten abgelesen. Für  $\lambda = 0$  sei die Einstellung des Kreises  $p = p_0$ . Die Resultate der Messungen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Die  $C$  sind Mittelwerte aus je zwei Beobachtungen bei verschiedener Entfernung zwischen Spule und Magnetsystem. Die berechneten Werte sind dadurch gewonnen, daß  $D/M = 0,1859$  und  $p_0 = 179,7^\circ$  gesetzt wurde. Für  $m$  und  $\mu$  sind die oben mitgeteilten Werte verwendet.  $\S$  ist zu  $0,19$  angenommen.

Die Temperatur des ganzen Systems betrug während dieser Messungen  $6,2^\circ$ . Der Temperaturunterschied beider Magnete war zu vernachlässigen.

#### Nordsüdrichtung der Magnete.

$$C = \frac{D}{M} (1 \mp \mu) \pm \S \{1 - (1 + m \mp 2\mu) \cos \lambda\}.$$

#### Hauptmagnet

|        |                             | a) Nordpol nach Norden |        |          | b) Nordpol nach Süden |        |          |
|--------|-----------------------------|------------------------|--------|----------|-----------------------|--------|----------|
| $p$    | $\lambda = p - 179,7^\circ$ | $C$                    | $C$    | $10^4 A$ | $C$                   | $C$    | $10^4 A$ |
|        |                             | beob.                  | ber.   |          | beob.                 | ber.   |          |
| 164,2° | -15,5°                      | 0,1933                 | 0,1928 | -5       | 0,1808                | 0,1812 | +4       |
| 182,2  | + 2,5                       | 0,1862                 | 0,1861 | -1       | 0,1879                | 0,1880 | +1       |
| 200,2  | +20,5                       | 0,1878                 | 0,1879 | +1       | 0,1761                | 0,1760 | -1       |

Ostwestrichtung der Magnete.

$$C = \frac{D}{M} \pm \S (1 + m) \sin \lambda.$$

Hauptmagnet

| $p$    | $\lambda = p - 179,7^\circ$ | a) Nordpol nach Osten |             |          | b) Nordpol nach Westen |             |          |
|--------|-----------------------------|-----------------------|-------------|----------|------------------------|-------------|----------|
|        |                             | $C$<br>beob.          | $C$<br>ber. | $10^4 D$ | $C$<br>beob.           | $C$<br>ber. | $10^4 D$ |
| 164,2° | -15,5°                      | 0,1350                | 0,1350      | $\pm 0$  | 0,2367                 | 0,2368      | + 1      |
| 182,2  | + 2,5                       | 0,1942                | 0,1942      | $\pm 0$  | 0,1766                 | 0,1776      | +10      |
| 200,2  | +20,5                       | 0,2553                | 0,2526      | -27      | 0,1183                 | 0,1192      | + 9      |

Ein Fehler von  $0,9^\circ$  in  $p$  und  $\lambda$ , dem etwa die Einstellungs- und Ablesungsgrenze entspricht, verursacht im gegebenen Beispiel bei der Ostwestrichtung in  $C$  einen Fehler von 0,0090 oder etwa 1,5 Proz. Für die Nordstüdlage hat eine solche Ungenauigkeit in der Nähe von  $\lambda = 0$  keinen merklichen Einfluß; in der Nähe von  $\lambda = 20^\circ$  erreicht sie den Betrag 0,0010 oder etwa 0,5 Proz.

Die Beobachtungen lassen sich somit durch die gegebenen Formeln mit ausreichender Genauigkeit darstellen.

## 2. Die Astasierung.

Bezeichnet man mit  $C_a$  und  $C_b$  Werte der Konstante in der Ostwestrichtung, je nachdem der Hauptmagnet den Nordpol nach Osten oder Westen richtet, und gehören  $C_a$  und  $C_b$  zu denselben Werten von  $p$  oder  $\lambda$ , so erfordert die Theorie, daß  $C_a - C_b = 2 \S (1 + m) \sin \lambda$  und  $\frac{1}{2}(C_a + C_b) = D/M$  ist. Im Falle unseres Beispiels ergibt sich folgendes:

| $p$ beob. | $C_a - C_b$ | $\lambda$ ber. | $p_0 = p - \lambda$ | $\frac{1}{2}(C_a + C_b)$ |
|-----------|-------------|----------------|---------------------|--------------------------|
| 164,2°    | -0,1017     | -15,5°         | 179,7°              | 0,1859                   |
| 182,2     | +0,0176     | + 2,6          | 179,6               | 0,1854                   |
| 200,2     | +0,1370     | +21,1          | 179,1               | 0,1868                   |

Die für  $p_0$  und  $D/M = \frac{1}{2}(C_a + C_b)$  berechneten Zahlen kommen den oben verwendeten nahe.

Identisch mit ihnen sind die zu  $p = 164,2^\circ$  gehörenden Werte. Die in dieser Zeile mitgeteilte Beobachtung ist für die Genauigkeit am günstigsten, insofern hier der Übergang von einem Azimut zu dem um  $180^\circ$  verschiedenen durch

direktes Umlegen der Magnete erfolgt ist, während sonst in-  
zwischen zu anderen Werten von  $\lambda$  übergegangen wurde.

Wenn man wieder die Genauigkeitsgrenze der Ablesung  
in Betracht zieht, so sieht man, daß sich bereits durch eine  
Beobachtung von  $C_a$  und  $C_o$  die Einstellung  $p_0$  (für  $\lambda = 0$ ) be-  
friedigend ergibt und daß dadurch eine genaue Astasierung  
ermöglicht ist.

Durch die Astasierung kann man erreichen, daß die  
Empfindlichkeit des Systems, abgesehen von der Induktion des  
Erdfeldes, in allen Azimuten dieselbe ist. — Um zu höheren  
Empfindlichkeiten zu gelangen, wurde ein leichteres System  
konstruiert. Doch haben die damit vorgenommenen Beob-  
achtungen noch nicht zum Ziel geführt, da es nicht gelungen ist,  
die mechanischen Erschütterungen so weit zu beseitigen, daß die  
Ruhelage ebenso stabil wurde wie bei dem schwereren System.

#### IV. Die Störungen des magnetischen Feldes.

1. *In der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.* Die ersten  
Spuren von Störungen durch die Erdströme der Straßenbahn  
hatten sich in der Reichsanstalt schon bei der Eröffnung des  
Oberleitungsbetriebes in 4 km Entfernung gezeigt. Bald nach-  
her wurde mit einer regelmäßigen Aufzeichnung der Störungen  
begonnen, deren Resultate aus  $3\frac{1}{2}$  Jahren bei dieser Gelegen-  
heit mitgeteilt werden mögen.

Die Störungen wurden an einem leichten Magnetspiegel  
im Meridian beobachtet, der durch einen senkrecht unter ihm  
befindlichen größeren Magnet auf nahe die doppelte Empfind-  
lichkeit astasiert war. Die Schwingungsdauer betrug dann  
etwa 2 Sek., das Dämpfungsverhältnis etwa 4. Bei dem Skalen-  
abstand von 160 cm entspricht einem Skalenteil nahe  $\frac{1}{2}$  Bogen-  
minute eines nicht astasierten Instrumentes. Es wurden bei  
jeder Beobachtung 3—4 Min. lang die während einer Minute  
auftretenden größten Differenzen in der Einstellung des Spiegels  
bestimmt und gemittelt. Einer Frost- bez. einer Regenperiode  
entsprachen im allgemeinen kleinere bez. größere Störungen.  
Besonders deutlich kam dies in den Wintern 1900/1901 und  
1902/1903 zum Ausdruck. In den Sommermonaten zeigten  
sich nur zuweilen Andeutungen eines Zusammenhanges zwischen  
den Störungen und der Feuchtigkeit des Bodens.

Ende 1900 betrugen die Störungen, in der oben beschriebenen Weise bestimmt, im Mittel etwa 1', welcher Betrag auch im Herbst 1901 noch nicht erheblich überschritten wurde. Von diesem Zeitpunkt wuchsen sie mit der Vermehrung des Oberleitungsbetriebes deutlich, erreichten im Frühjahr 1902 fast 2,0' und im Frühjahr 1903 etwa 2,6'. Seitdem änderten sich die Störungen im Mittel nicht merklich. Ausnahmsweise kamen in letzter Zeit allerdings Beträge bis zu 4' vor.

Bis September 1902 war ein Kreis von etwa einem Kilometer Radius um die Reichsanstalt von dem Oberleitungsbetrieb ausgeschlossen. Trotzdem hatten die Störungen allmählich wachsend 2,2' erreicht. Seitdem ist die Reichsanstalt von dem Netze des Oberleitungsbetriebes nur 300 m entfernt. Innerhalb dieser Entfernung geschieht der Betrieb mit doppelter isolierter Oberleitung, die keine wahrnehmbare Wirkung ausübt.

Im Juni 1903 wurde etwa 14 Tage lang an zwei Lokalvariometern von Kohlrausch gleichzeitig in der Nordsüd- und Ostwestrichtung beobachtet. Es ergaben sich die Störungen im Meridian zu 2,8' und in der Ostwestrichtung auf gleiche Direktionskraft der Nadel reduziert zu 1,8'.

Im eisenfreien magnetischen Haus der Reichsanstalt zeigten die Störungen merklich denselben Betrag wie im Observatorium. Ein Anwachsen mit Annäherung an den Erdboden konnte nicht festgestellt werden.

## 2. Beobachtungen an anderen Orten. Im November und

| Beobachtungsort                 | Entfernung<br>der nächsten<br>Oberleitung<br>m | Störungen in Bogen-<br>minuten |         |
|---------------------------------|--|--------------------------------|---------|
|                                 |  | Nordsüd                        | Ostwest |
| Reichsanstalt . . . . .         | 1000   | 2,1                            | 1,8     |
| Ecke Goethe u. Grolmanstraße    | 300  | 4,2                            | 4,9     |
| Bendlerstraße . . . . .         | 50*  | 28                             | 36      |
| Hofmannhaus . . . . .           | 300  | 2,4                            | 7       |
| Universität . . . . .           | 150  | 8                              | 11      |
| Königl. Militär-Versuchsanstalt | 2500   | 1,0                            | 0,7     |
| Helmholtzstraße . . . . .       | 400  | 1,6                            | 3,5     |
| Werftstraße . . . . .           | 250  | 4,2                            | 6       |
| Invalidenhaus . . . . .         | 300  | 2,5                            | 2,8     |
| Reichsjustizamt . . . . .       | 250  | 2,1                            | 4,9     |

\* 50 m von einer Zentrale entfernt, die Strom für die Straßenbahn liefert.

Dezember 1901 wurden an verschiedenen Stellen in und bei Berlin von den Herren Diesselhorst, v. Steinwehr und dem Verfasser mit den vorher erwähnten Lokalvariometern die Störungen im und senkrecht zum Meridian gleichzeitig abgelesen. In der vorstehenden Tabelle finden sich die Resultate.

**V. Beobachtung des transportablen Magnetometers außerhalb der Reichsanstalt.**

Bei den Beobachtungen außerhalb der Reichsanstalt wurden die Magnete um kleine Winkel gegeneinander gedreht, bis die günstigste Stellung gefunden war.

*Beobachtungen im physikalischen Institut in Berlin.* Im Juli 1903 wurde das tragbare Instrument hier in einem zu ebener Erde gelegenen Raum aufgestellt. In Entfernungen von 50 und 60 m fahren westlich und südlich vom Beobachtungsort elektrische Bahnen mit Oberleitung vorüber. Etwa 100 m entfernt, durch die Spree getrennt, befindet sich außerdem eine Zentrale der Berliner Elektrizitätswerke.

Zunächst wurden die Störungen mit einem einfachen Magnetspiegel (Lokalvariometer) gemessen. Sie waren beträchtlich größer als in der Reichsanstalt und beliefen sich im Meridian auf 7 bis 8, in ostwestlicher Richtung bei gleicher Direktionskraft auf 21—22'. Dieses starke Störungsfeld zeigte sich nun auch stark inhomogen, denn am gleichen Orte aufgestellt erlitt das Torsionsmagnetometer mit 126 cm Magnetabstand Störungen im bez. senkrecht zum Meridian von 4' bez. 7'. Heben des ganzen Instrumentes um 60 cm auf einen Steinpfeiler änderte diese Zahlen auf 2,6' bez. 8,4'. Darauf wurden die Magnete einander auf 53 cm genähert, es blieben aber immer noch 1,2' bez. 5,2' übrig. Bei einer Entfernung der Magnete von 5,5 cm stand das System in beiden Richtungen ganz ruhig. Hieraus folgt, daß unter diesen ungünstigen Verhältnissen das Instrument versagte. Vielleicht wirken die zahlreichen, in Gestalt von Wasser-, Gas- und elektrischen Leitungen des Laboratoriums, den elektrischen Strömen gebotenen Wege bei diesem Ergebnis mit.

*Beobachtungen im Reichstagsgebäude.* Hier ergab sich umgekehrt ein nach den vorigen Erfahrungen überraschend günstiges Resultat, durch welches bestätigt wird, daß die

Wirkungen vagabundierender Ströme sich von vornherein kaum übersehen lassen. Das Reichstagsgebäude ist nur 350 m vom physikalischen Institut entfernt und liegt ebenfalls neben einem dichten Netze elektrischer Bahnen, welche, teilweise unmittelbar am Gebäude vorüberfahrend, hier doppelt isoliert mit Unterleitung betrieben werden, aber auch mit nicht isolierter Oberleitung bis auf etwa 100 m an das Gebäude heranrücken.

Es wurde beobachtet in einem Raum des Hauptgeschosses (Postzimmer), der etwa 75 m von der nächsten Straßenbahnlinie entfernt ist. Die mit dem Lokalvariometer beobachteten Störungen betrugen in der Nordsüdrichtung 4—5', in der Ostwestrichtung 5—6'. Die Schwankungen des astatischen Systems erreichten aber auch bei 126 cm Magnetabstand nur etwa 0,1', waren also von derselben Größe wie in der Reichsanstalt, und sind wahrscheinlich auf mechanische Erschütterungen zurückzuführen.

(Eingegangen 16. Oktober 1904.)

## 7. *Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse; von S. Valentiner.*

Es ist ein bekannter Satz der Thermodynamik, daß eine Maschine, welche Arbeit leistet, indem sie einen beliebigen, umkehrbaren Kreisprozeß ausführt, einen Wirkungsgrad besitzt, welcher höchstens dem beim Carnotschen Kreisprozeß sich ergebenden gleich ist. Für die Ableitung des Satzes ist im allgemeinen neben der Kenntnis des ersten Hauptsatzes auch die des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre erforderlich, nämlich dann, wenn man über die Substanz der arbeitenden Maschine keine Voraussetzung machen will. Wohl aber gelingt der Beweis bei Benutzung eines idealen Gases als arbeitende Substanz, wie man weiß, mit alleiniger Zuhilfenahme des ersten Hauptsatzes, da die Zustandsgleichung bekannt ist. Zwei Formen der Deduktion dieses Satzes für ideale Gase nur mit Benutzung des ersten Hauptsatzes sind mir bekannt: die eine, die analytische, entbehrt der Übersichtlichkeit und Kürze; wesentlich einfacher ist die zweite, die synthetische, deren Grundgedanke der ist, den beliebig vorgelegten, umkehrbaren Kreisprozeß in eine endliche oder unendliche Anzahl Carnotscher Kreisprozesse zu zerlegen, die sich sicher nicht mehr alle zwischen den extremen Temperaturen bewegen werden, falls der vorgelegte eben kein Carnotscher Prozeß ist. Gegen beide Formen ist aber einzuwenden, daß aus denselben nicht hervorgeht, daß es eine ganz bestimmte, gut definierbare Gruppe von umkehrbaren Kreisprozessen gibt, die dasselbe leisten wie der Carnotsche, — mit anderen Worten: daß die Ableitungen nicht das eigentliche Charakteristikum für den maximalen Wirkungsgrad eines Kreisprozesses erkennen lassen.

In einfacher und durchsichtiger Weise leistet dies der im



folgenden ebenfalls ohne Bezugnahme auf den zweiten Hauptsatz gegebene Beweis des Satzes über den maximalen Wirkungsgrad eines mit einem idealen Gas durchgeführten, umkehrbaren Kreisprozesses.

Dieser Beweis schließt sich an die graphische Darstellung von Systemzustandsänderungen in der  $\vartheta, s$ -Ebene an, wenn  $\vartheta$  die absolute Temperatur, und  $s = Q/\vartheta$  den Quotient aus der bei der Temperatur  $\vartheta$  dem System zugeführten Wärmemenge  $Q$  dividiert durch die Temperatur  $\vartheta$  bedeutet, also abgesehen von einer Konstante, die Entropie des Systems. Ein Carnotscher Kreisprozeß wird in dieser Darstellung durch ein

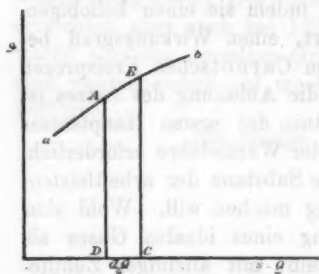


Fig. 1.

Rechteck wiedergegeben mit zu den Koordinatenachsen ( $\vartheta, s$ ) parallelen Seiten. Ein Flächenstreifen  $ABCD$  (Fig. 1), der begrenzt wird durch zwei zur Ordinatenachse parallele Gerade, durch die Abszissenachse und durch ein Kurvenelement der die Zustandsänderung darstellenden Kurve  $ab$ , entspricht der auf dem Wegelement  $AB$  dem System von dem Reservoir der Temperatur  $\vartheta$  zugeführten Wärmemenge  $dQ$ . Wegen der möglicherweise (und wie wir wissen tatsächlich) vorhandenen Abhängigkeit des Nutzwertes der Wärmemenge von der Temperatur, auf der sie sich befindet, darf man nicht allgemein zwei Flächenstücke von gleichem Flächeninhalt, die also die gleiche Wärmemenge repräsentieren, als gleichwertig und vertauschbar ansehen, wohl aber solche Flächenelemente vom Inhalt  $dQ$  und der Höhe  $\vartheta$ ; man kann also Verschiebungen endlicher Flächenstücke parallel zur Abszissenachse vornehmen, ohne an dem Wert der durch sie dargestellten Wärmemenge  $Q$  etwas zu ändern.

Ich lege nun einen ganz beliebigen, mit einem idealen Gase ausgeführten, umkehrbaren Kreisprozeß vor; er mag dargestellt sein durch die geschlossene Kurve  $ABCD$  (Fig. 2). Derselbe spiele sich ab zwischen den Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  und sei so beschaffen, daß die ihn darstellende Kurve

$ABCD$  eine nach dem freien Raum zu überall konvexe Form besitze; zum Schluß können wir uns von dieser Einschränkung leicht freimachen. Um den Wirkungsgrad der zufolge dieses Kreisprozesses arbeitenden Maschine anzugeben, schließe ich in der graphischen Darstellung das den Kreisprozeß charakterisierende Flächenstück durch die berührenden Adiabaten (Parallelen zur Ordinatenachse) ein;  $A$  und  $C$  seien die Berührungspunkte. Dann wird auf dem Wege  $ABC$  die durch die Fläche  $ABCEF$  dargestellte Wärmemenge  $Q_1$  zugeführt, auf dem Wege  $CDA$  die durch  $ADCEF$  dargestellte Wärmemenge  $Q_2$  abgeleitet. Die der Fläche  $ABCD$  entsprechende Wärmemenge  $Q_1 - Q_2$  ist bei dem Prozeß in Arbeit verwandelt worden. Der Wirkungsgrad der Maschine ist also (vorausgesetzt, daß man auf dem ersten Wege nichts von der auf dem zweiten Wege abgegebenen Wärme mittels eines Regenerators [vgl. unten] verwendet) gegeben durch den Quotienten:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

In der graphischen Darstellung nehme ich nun folgende Flächendeformation vor. Ich denke mir die Ebene von unendlich vielen, unendlich benachbarten Isothermen (Parallelen zur Abszissenachse) durchzogen. Durch die Fläche  $ABCD$  wird von jeder der Isothermen, welche zu Temperaturen zwischen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  gehören, ein gewisses Stück abgeschnitten; dieses Stück trage ich auf der gleichen Isotherme vom Schnittpunkte derselben mit der willkürlich gewählten Adiabate  $F'B$  nach bei allen Isothermen gleicher Richtung ab. Dadurch wird die Fläche  $ABCD$  übergeführt in das vollständig gleichgroße und der Bedeutung nach gleichwertige Flächenstück  $A'B'C'D'$ ; d. h. die neue Fläche  $A'B'C'D'$  repräsentiert einen Kreisprozeß zwischen gleichen Temperaturgrenzen, welcher die gleiche Arbeitsgröße  $Q'_1 - Q'_2 = Q_1 - Q_2$  liefert, wie der ursprünglich vorgelegte. Die bei diesem neuen Prozeß zugeführte Wärmemenge  $Q'_1$  wird dargestellt durch das Flächenstück  $A'B'C'E'F'$  und ist im allgemeinen kleiner als  $Q_1$ . Die Bedeutung dieser Verkleinerung von  $Q_1$  in  $Q'_1$ , die gleichbedeutend ist mit einer Verbesserung des Wirkungsgrades des neuen Prozesses im Vergleich zum ursprünglichen, ist die folgende.

Greifen wir einen beliebigen zwischen zwei benachbarten Isothermen gelegenen Flächenstreifen der Fläche  $ABCD$  heraus. Dem durch die Isothermen begrenzten Wegelement  $a$  entspricht die Wärmezufuhr  $dQ_a$  von außen bei der mittleren Temperatur,  $\vartheta + (d\vartheta/2)$ , der beiden Isothermen. Dem Element  $b$  entspricht die Wärmemenge  $dQ_b$ , die dem System entzogen werden muß bei der gleichen Temperatur  $\vartheta + (d\vartheta/2)$ . Bei dem ursprünglich vorgelegten Kreisprozeß wird die entzogene Wärmemenge  $dQ_b$  nicht dazu verwandt, die auf dem Wegelement  $a$  von außen zugeführte Wärmemenge  $dQ_a$  teilweise oder ganz zu kompensieren, indem  $dQ_a$ , wie aus der Figur ersichtlich, bei Angabe des Gesamtaufwandes  $Q_1$  ganz

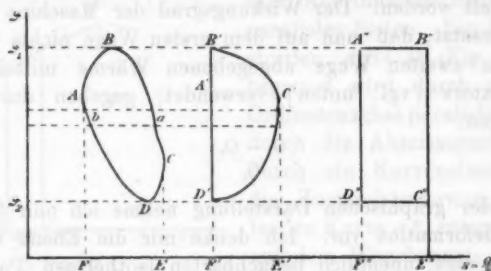


Fig. 2.

mit in Rechnung gezogen ist. Bei Zugrundelegung des neu gebildeten Prozesses wird dagegen offenbar in die Wärmemenge  $Q_1$  nur der Überschuß von  $dQ_a$  über  $dQ_b$  mit hineingerechnet; es wird also angenommen, daß durch eine Regeneration die auf dem Element  $b$  abgegebene Wärmemenge für die auf dem Element  $a$  zuzuführende mitverwandt werden kann, wodurch der Wirkungsgrad der Maschine natürlich verbessert wird. Die erste graphische Darstellung gibt also ein Bild der Wirkungsweise der Maschine ohne Regenerationsverfahren, die zweite mit Regenerationsverfahren.

Ich nehme an, die Maschine besitze einen Regenerator, ich benutze also weiterhin die zweite Darstellung. Der Wirkungsgrad ist:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Ich vergleiche nun den Wirkungsgrad dieses Prozesses mit

dem des Carnotschen Prozesses, der zwischen den gleichen extremen Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  arbeitet. Zu dem Zwecke will ich annehmen, bei dem letzteren sei die gleiche Wärmemenge  $Q_1'$  zugeführt worden; dann wird derselbe graphisch dargestellt durch ein Rechteck  $A'B'C'D'$ , gebildet aus zwei Isothermen ( $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ ) und zwei Adiabaten  $s$ , die im allgemeinen näher zusammenliegen als die den vorgelegten Prozeß einschließenden, da nach Voraussetzung  $A'B'E''F'$  flächengleich mit  $A'B'C'E'F'$  sein soll, indem diese Flächen die gleiche Wärmemenge  $Q_1'$  darstellen. Nur wenn  $A'B'C'E'F'$ , wie in Fig. 3, selbst ein Rechteck darstellt, fallen die beiden Adiabaten des Carnotschen Kreisprozesses mit den den vorgelegten Kreisprozeß einschließenden Adiabaten zusammen. Sofort ersieht man nun aber aus den Figuren, daß die abgeleitete Wärmemenge  $Q_2$  des vorgelegten Kreisprozesses stets größer sein wird, als die beim Carnotschen Prozeß abgeleitete  $Q_2'$ , falls nicht das Abbild des vorgelegten Prozesses sich überhaupt vollkommen mit dem des Carnotschen deckt. Der Wirkungsgrad eines beliebig vorgelegten Prozesses wird also, abgesehen von dem genannten Ausnahmefall, kleiner sein als der des Carnotschen, zwischen gleichen Temperaturen wirksamen Kreisprozesses.

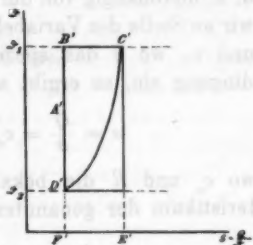


Fig. 3.

Liegt der Ausnahmefall vor, daß  $A'B'C'D'$  ein aus Isothermen und Adiabaten gebildetes Rechteck darstellt, so ist der Wirkungsgrad des vorgelegten Prozesses gleich dem des Carnotschen. Dieser Ausnahmefall tritt, wie aus der Konstruktion der Fläche  $A'B'C'D'$  hervorgeht, dann ein, wenn der ursprüngliche Prozeß  $ABCD$  aus Stücken der zu den Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  gehörigen Isothermen besteht, und aus zwei diese Isothermen verbindenden Kurvenstücken, welche durch parallele Verschiebung sich zur Deckung bringen lassen, vorausgesetzt, daß ein Regenerationsverfahren angewandt werden kann. Alle solche Kreisprozesse besitzen mit dem Carnotschen einen maximalen Wirkungsgrad, alle anderen Prozesse leisten weniger.

Die analytische Definition dieser hervorgehobenen Kreisprozesse ergibt sich folgendermaßen. Es bezeichne  $s_1(\vartheta)$  den Wert der Größe  $s$  im Schnittpunkte der Isotherme  $\vartheta$  mit der ersten Verbindungslinie,  $s_2(\vartheta)$  den entsprechenden Wert auf der zweiten Verbindungslinie der beiden Isothermen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ ;  $s_1(\vartheta)$  und  $s_2(\vartheta)$  sind Funktionen von  $\vartheta$ . Die genannten Kreisprozesse sind charakterisiert durch die Bedingung:

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = \text{konst.},$$

d. h. unabhängig von der Temperatur  $\vartheta$  der Isotherme. Führen wir an Stelle der Variablen  $\vartheta$  und  $s$  die unabhängigen Variablen  $\vartheta$  und  $v$ , wo  $v$  das spezifische Volumen bedeutet, in die Bedingung ein, so ergibt sich, wegen

$$s = \frac{Q}{\vartheta} = c_v \cdot \log \vartheta + R \log v + \text{konst.},$$

wo  $c_v$  und  $R$  die bekannten Konstanten sind, als Charakteristikum der genannten Prozesse:

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = R \log \frac{v_1(\vartheta)}{v_2(\vartheta)} = \text{konst.}$$

oder:

$$\frac{v_1(\vartheta)}{v_2(\vartheta)} \text{ unabhängig von der Temperatur } \vartheta.$$

Anfangs hatten wir die Einschränkung gemacht, daß die den Prozeß darstellende Kurve in allen ihren Punkten konvex nach außen sein solle; der abgeleitete Satz läßt sich aber in der Weise sofort auf alle beliebigen umkehrbaren Kreisprozesse ausdehnen, indem man einen jeden durch Hinzufügung geeigneter, hin und her durchlaufener, isothermer Zustandsänderungen in Kreisprozesse von der zugrunde gelegten Form zerlegen kann. Erfüllt ein einziger dieser Teilprozesse nicht die obige Bedingung, so muß auch der Wirkungsgrad des ganzen Prozesses kleiner sein, als der des betreffenden Carnotschen.

Mit Benutzung des zweiten Hauptsatzes läßt sich der Satz sofort auf alle Substanzen ausdehnen, indem der zweite Hauptsatz aussagt, daß der Wirkungsgrad einer Maschine, die einen umkehrbaren Kreisprozeß durchläuft, unabhängig ist von der arbeitleistenden Substanz, und man kann den Satz folgendermaßen aussprechen:

Umkehrbare, arbeitleistende Kreisprozesse besitzen einen maximalen Wirkungsgrad, wenn sie bestehen aus zwei isothermen Zustandsänderungen und zwei diese isothermen verbindenden Zustandsänderungen von der Art, daß

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = \text{konst.},$$

d. h. unabhängig von der Temperatur  $\vartheta$  der Isotherme ist, auf die sich die Entropiewerte  $s_1(\vartheta)$  bez.  $s_2(\vartheta)$  der genannten verbindenden Zustandsänderungen beziehen; alle anderen Prozesse leisten weniger.

Halle, 3. August 1904.

(Eingegangen 5. August 1904.)

8. *Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination; von W. Nernst und F. von Lerch.<sup>1)</sup>*

Im folgenden sind einige Messungen beschrieben, bei denen in einer von sehr schnellen Schwingungen gespeisten Brückenkombination als Nullinstrument ein leicht zu improvisierender einfacher Apparat diente, der zugleich die so überaus bequeme Verwendung des Telephons gestattete.<sup>2)</sup>

In ein Becherglas mit verdünnter  $H_2SO_4$  oder KOH tauchen zwei Platinelektroden, die mit ca. 2 Volt polarisiert werden. Die Anode ist möglichst klein und besteht aus einem in Glas eingeschmolzenen 0,02 mm dicken Platindraht, der ganz nahe am Glasrohr abgeschnitten ist. (Ist die Platinspitze Kathode, so ist die Wirkung schwächer.) Wird nun über diese Zelle ein schneller Wechselstrom übergelagert, so beobachtet man einen Anstieg des Stromes im polarisierenden Kreis, den man leicht mit dem Telefon oder Galvanometer beobachten kann. Der Detektor stellt sich momentan wieder auf die Nulllage ein, so daß man für jeden überspringenden Funken ein Knacken und so direkt den Gang des Unterbrechers im Telefon hört.

Als die weiter unten beschriebenen Versuche schon im Gange waren, erschien eine Arbeit von Hrn. Schloemilch<sup>3)</sup>, in der er einen Wellenindikator beschreibt, der auf genau gleichem Prinzip beruht und sich schon in der Praxis bewährt

1) Aus den Göttinger Nachrichten 1904. Heft 2.

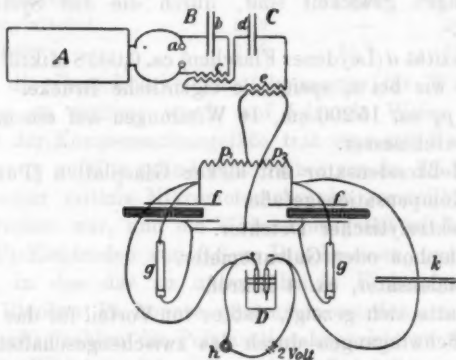
2) In einer früheren Arbeit (Wied. Ann. 60. p. 600. 1897) konnte ich zeigen, daß man mit sehr schnellen Schwingungen relativ genaue Messungen ausführen kann, wenn man in der Brückenkombination eine mikrometrisch verstellbare Funkenstrecke oder eine kleine Vakuumröhre verwendet. Frühere Versuche, einen gewöhnlichen Kohärer dafür zu verwenden, verliefen resultatlos, weil die Empfindlichkeit dieses Apparates für Meßzwecke zu veränderlich ist; schließlich scheint sich in dem elektrolytischen Kohärer ein Nullindikator für schnelle Schwingungen gefunden zu haben, der allen Anforderungen genügt. W. N.

3) W. Schloemilch, Elektrotechn. Zeitschr. 1903. Heft 47.



haben soll. Da die Versuche des Hrn. Schloemilch schon einige Zeit zurückdatieren, so gebührt ihm unstreitig die Priorität. Der neue Detektor wird überall da mit bestem Erfolg angewendet werden, wo es sich um den Nachweis schwacher schneller Schwingungen handelt. Er besitzt nämlich den großen nicht zu unterschätzenden Vorteil, daß er mit abnehmender Stärke der darüber gelagerten Schwingungen ganz allmählich schwächer anspricht, also keine Reizschwelle besitzt, wie z. B. der gewöhnliche Kohärer, der entweder voll anspricht oder versagt. Zum Aufsuchen eines Minimums ist diese Eigenschaft besonders günstig.

Seine Wirkungsweise beruht wahrscheinlich auf einem Durchschlagen von dünnen Übergangsschichten, die sich bei



Polarisation bilden. Anlässlich von Messungen von Zersetzungsspannungen hat Bose<sup>1)</sup> ein Umbiegen der Kurven vor dem eigentlichen Zersetzungspunkt beobachtet, in einer Oxalsäurelösung bei anodischer Polarisation sogar ein rapides Sinken der Stromstärke nach Passieren des Zersetzungspunktes. Garrard<sup>2)</sup> hat dann direkt in einigen Fällen ein Wachsen des Widerstandes auf den 100 bis 200 fachen Wert nachweisen können.

Nach dem Durchschlagen stellt sich der feine Überzug

1) E. Bose, Zeitschr. f. Elektrochem. 5. p. 153. 1898.

2) C. C. Garrard, Zeitschr. f. Elektrochem. 6. p. 214. 1899.

elektrolytisch momentan wieder her. Die Handlichkeit und das leichte Improvisieren des kleinen Apparates wird es ermöglichen, daß man mit schnellen Schwingungen ebenso bequem wird arbeiten können, wie mit den gewöhnlichen Induktionsströmen. In der Figur ist die Versuchsanordnung gezeichnet.

*A* ein Induktorium, das zuerst mit einem Deprezunterbrecher, später mit einem Simonschen elektrolytischen Lochunterbrecher betrieben wurde.

*B* System aus Selbstinduktion und Kapazität, das sich durch die Funkenstrecke *a* entläd. Kapazität *b* besteht aus 2 Leydener Flaschen (ca. 0,005 Mikrof.), die Selbstinduktion *c* aus 6 Windungen auf einem Becherglas, zwischen die wieder 6 Windungen gewickelt sind, durch die das System *C* erregt wird.

Kapazität *d* (Leydener Flaschen) ca. 0,0038 Mikrof. *e* Selbstinduktion wie bei *c*, speist die eigentliche Brücke.

$p_1 = p_2$  ca. 15200 cm, 16 Windungen auf einem Glas von 7,5 cm Durchmesser.

*ff* Meßkondensator mit dicken Glasplatten (Turner<sup>1)</sup>.

*gg* Kompensationsgefäße.

*D* elektrolytischer Detektor.

*h* Telephon oder Galvanometer.

*k* Kondensator, ca. 4 Mikrof.

Es hatte sich gezeigt, daß es von Vorteil für das Minimum war, die Schwingungen durch das zwischengeschaltete System zu filtrieren. Störende Nebengeräusche blieben dann aus.

*B* und *C* standen nahe in Resonanz:

Schwingungszahl  $n_B$  ca.  $1,7 \cdot 10^6$ ,

$n_C$  ca.  $1,4 \cdot 10^6$ .

Relativ große Kapazität und kleine Selbstinduktion für die schwingenden Kreise wurden genommen, weil dann das Minimum schärfer war. Weitere Details sind aus der Zeichnung ersichtlich, im übrigen sei auf die eingangs zitierte Arbeit verwiesen.

Die Güte des Minimums bei dieser Anordnung steht dem gewöhnlichen Telephonminimum kaum nach.

1) D. A. Turner, Zeitschr. f. physik. Chem. 35. p. 385. 1900.

Das Arbeiten mit dem Apparat geschieht in genau der gleichen Weise, wie früher beschrieben; die Dielektrizitätskonstanten sind nach der Formel

$$D_x = (D_0 - 1) \frac{c_x - c}{c_0 - c} - 1$$

berechnet.

Benzol als Aichflüssigkeit mit 2,288 genommen ergab folgende Werte, die mehr als vorläufige zu betrachten sind und nur die Brauchbarkeit der Methode zeigen sollen.

Für gewöhnliches destilliertes Wasser mußte Widerstandskompensation genommen werden; die Einstellung war dann ebenso scharf wie für die anderen Substanzen ( $t = 18$ ).

|                        | Verfasser | Drude <sup>1)</sup> | Turner <sup>2)</sup> |
|------------------------|-----------|---------------------|----------------------|
| Chloroform . . . . .   | 5,1       | 4,95                | 5,2                  |
| Äthyläther . . . . .   | 4,37      | 4,36                | 4,37                 |
| Äthylalkohol . . . . . | 25,9      | —                   | 26,8                 |
| Wasser . . . . .       | 81,7      | 81,7                | 81,1                 |

Um die Brauchbarkeit des Apparates für Widerstandsmessungen zu prüfen, wurde auf folgende Weise verfahren. An Stelle der Kompensationsgefäße trat eine mit Magnanini-scher Lösung gefüllte zylindrische Röhre von ca. 1,5 cm Lumen, die mit einer mittels Mikrometerschraube verstellbaren Elektrode versehen war, und ein Widerstandsgefäß mit kreisrunden blanken Pt-Elektroden von 0,8 cm Durchmesser, ungefähr 2 cm entfernt, in das der zu untersuchende Elektrolyt gebracht wurde. Blankes Pt konnte genommen werden, weil für die hohen Wechselzahlen die Polarisationskapazität genügend groß ist.<sup>3)</sup> Für Widerstandsmessungen von Substanzen, die durch platinisiertes Platin katalytisch zersetzt werden, wird diese Methode mit Erfolg angewandt werden können, da sich jedes Metall als Elektrodenmaterial wird benutzen lassen. War das Widerstandsgefäß mit Magnanini-Lösung eingestellt, bis das Telephon schwieg, so wurde sein Widerstand  $W_1$  nach Kohlrausch gemessen.  $W_2$  bedeutet den Widerstand der betreffenden Lösung, gemessen in einem gewöhnlichen Widerstandsgefäß nach Kohlrauschs Methode;  $C$  die ungefähre Konzentration in Grammäquivalenten.

1) P. Drude, Zeitschr. f. physik. Chem. 23. p. 267. 1897.

2) D. A. Turner, Zeitschr. f. physik. Chem. 35. p. 385. 1900.

3) W. Nernst, l. c. p. 613.

| Lösung                               | $C$     | $W_1$ | $W_2$ | $\frac{W_1}{W_2}$ |
|--------------------------------------|---------|-------|-------|-------------------|
| KOH . . .                            | 0,0719  | 87,40 | 3,819 | 22,89             |
| KCl . . .                            | 0,0992  | 122,0 | 5,315 | 22,95             |
| H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . . . | 0,00846 | 495,0 | 21,83 | 22,68             |
|                                      |         |       |       | 22,84             |

Die prozentuellen Fehler gegen den Mittelwert betragen:

0,22      0,47      0,7 Proz.

| Lösung                               | $C$    | $W_1$ | $W_2$ | $\frac{W_1}{W_2}$ |
|--------------------------------------|--------|-------|-------|-------------------|
| KCl . . .                            | 0,0464 | 256,9 | 11,00 | 23,35             |
| H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . . . | 0,0146 | 313,1 | 13,47 | 23,25             |
| KOH . . .                            | 0,0116 | 518,7 | 22,33 | 23,23             |
|                                      |        |       |       | 23,28             |

Die Fehler gegen den Mittelwert betragen:

0,3      0,13      0,21 Proz.

Die Einstellungsgenauigkeit wurde auch noch auf folgende Weise geprüft. Zwei Gefäße mit Magnanini-Lösung wurden aufeinander eingestellt, bis das Telephon schwieg, dann konnten sie durch Umlegen eines Schlüssels nach Kohlrausch miteinander verglichen werden. Hätte man immer auf das absolut gleiche Verhältnis eingestellt, so hätte sich immer die gleiche Stellung der Walzenbrücke ergeben. Da wegen der ungefähren Gleichheit von  $p_1$  und  $p_2$  die Einstellung in der Nähe von 500 der Walze lag, entspricht einer Abweichung um 2,5 Teilstriche 1 Proz.

| Widerstand ca. 120 $\Omega$ |  |   |   |   | Stellung der<br>Walzenbrücke |
|-----------------------------|--|---|---|---|------------------------------|
| 1.                          | Einstellung mit schnellen Schwingungen |   |   |   | 496,0                        |
| 2.                          | "                                      | " | " | " | 496,5                        |
| 3.                          | "                                      | " | " | " | 496,5                        |
| 4.                          | "                                      | " | " | " | 497,0                        |
| 5.                          | "                                      | " | " | " | 497,5                        |
| 6.                          | "                                      | " | " | " | 496,5                        |
| 7.                          | "                                      | " | " | " | 496,7                        |
| 8.                          | "                                      | " | " | " | 497,0                        |
| 9.                          | "                                      | " | " | " | 496,0                        |
| 10.                         | "                                      | " | " | " | 496,3                        |

Mittlerer Fehler der einzelnen Messung 0,35, ca. 0,14 Proz.

| Widerstand ca. 520 $\Omega$ |             |     |                        | Stellung der<br>Walzenbrücke |
|-----------------------------|-------------|-----|------------------------|------------------------------|
| 1.                          | Einstellung | mit | schnellen Schwingungen | 4985                         |
| 2.                          | "           | "   | "                      | 4970                         |
| 3.                          | "           | "   | "                      | 4989                         |
| 4.                          | "           | "   | "                      | 4971                         |
| 5.                          | "           | "   | "                      | 4976                         |

Mittlerer Fehler der einzelnen Messung 0,686, ca. 0,27 Proz.

Widerstände von ca. 40—1100  $\Omega$  lassen sich also bis auf einige Promille bestimmen.

Die Widerstände erwärmen sich etwas während der Messung, daher ist schnelles Arbeiten und eine genaue Temperaturablesung nötig, da sonst leicht bei nicht besonders sorgfältigem Arbeiten Fehler von ca. 2 Proz. auftreten können.

Die Einführung des elektrolytischen Detektors in die Brücke hat also die Wiederverwendung des Telephons (das eventuell durch ein Galvanometer ersetzt werden kann) als Nullinstrument gestattet. Für viele Messungen mit schnellen Schwingungen scheint der kleine, äußerst zuverlässige Apparat (er hatte während obiger Untersuchungen kein einziges Mal versagt) eine große Bequemlichkeit zu besitzen.<sup>1)</sup>

Göttingen, Phys.-chem. Institut, März 1904.

1) Bei Benutzung des Wechselstromerzeugers nach Dolzalek (Zeitschr. f. Instrumentenk. 23. p. 240. 1903) sprach der gleiche Detektor bei Frequenzen von ca. 6000 auf wenige hunderttausendstel Ampère an, so daß er auch bei Verwendung derartiger (nahe sinusförmiger) Ströme als Nullinstrument brauchbar sein dürfte.

(Eingegangen 28. September 1904.)

**9. Einfluß der Polarisatorstellung  
auf die Stromleistung der Influenzmaschinen  
mit Doppeldrehung;  
von Heinrich Wommelsdorf.**

§ 1.

Dem Umstande, zuerst in Besitze einer größeren Kondensatormaschine <sup>1)</sup> mit in entgegengesetzter Richtung rotierenden Scheiben zu sein, verdanke ich die Erkenntnis einer Reihe bisher unbekannter, die Influenzmaschinen mit doppelter Rotationsrichtung <sup>2)</sup> charakterisierender physikalischer Eigenschaften, die für die Weiterentwicklung der Theorie und die noch so wenig geklärte Kenntnis der inneren Vorgänge der Elektrizitätsentwicklung auf den Scheiben bez. den Sektoren etc. neue Anhaltspunkte liefern.

Dieselben dürften um so mehr von Interesse sein, als man seit den letzten zehn Jahren dieses System zu großer Vollkommenheit gebracht hat und demselben in der Praxis vor den Influenzmaschinen nach Holtz erster Art und ihren Modifikationen nach Poggendorff, Töpler, Voss etc. wegen ihrer weit größeren Unabhängigkeit von atmosphärischen Einflüssen immer mehr den Vorzug gegeben hat. Und zwar ist es die von Musaeus <sup>3)</sup> herrührende, in Fig. 1 (Diagramm) <sup>4)</sup> wiedergegebene Konduktoren- und Querkonduktorenschaltung, welche diese zuerst ebenfalls von Holtz mitgeteilten Influenzmaschinen zweiter Art oder — wie ich sie präziser bezeichnen will — „Influenzmaschinen mit Doppeldrehung“ zu dem Erfolge ver-

1) H. Wommelsdorf, Ann. d. Phys. 4. p. 651 u. 657. 1902.

2) W. Holtz, Pogg. Ann. 130. p. 128. 1867; vgl. außerdem darüber J. C. Poggendorff, Berl. Monatsber. 1872. p. 817; Pogg. Ann. 150. p. 1. 1873; auch P. T. Riess, Pogg. Ann. 131. p. 215; Abhandl. 4. p. 293.

3) W. Musaeus, Pogg. Ann. 143. p. 285; auch W. Holtz, Centralbl. f. Elektrotechnik p. 683. 1883; zur Zeit fast allgemein, jedoch mit Unrecht nach Wimshurst benannt.

4) Vgl. John Gray, Les machines électriques à influence, traduit par G. Pellissier, p. 133. Fig. 73; p. 206. Fig. 116.

holfen hat; ganz besonders auf diese Schaltung in Fig. 1 beziehen sich auch die im folgenden mitgeteilten Untersuchungen und deren Ergebnisse über den Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung, sowie über die günstigste Stellung der Querkonduktoren oder Polarisatoren.

Bisher war bekannt, daß analog wie bei den Influenzmaschinen nach Holtz erster Art etc. die Funkenlänge bez. die Spannung mit dem Winkel  $\alpha$  (Fig. 1) wächst, den die Konduktoren mit dem Polarisator bilden,<sup>1)</sup> weshalb man diesen unter einem möglichst großen Winkel  $\alpha$  einstellte, soweit dies eben die vorhandenen Lager und Treibriemen zuließen; über den Einfluß auf die erzeugte Stromleistung war dagegen nichts bekannt.

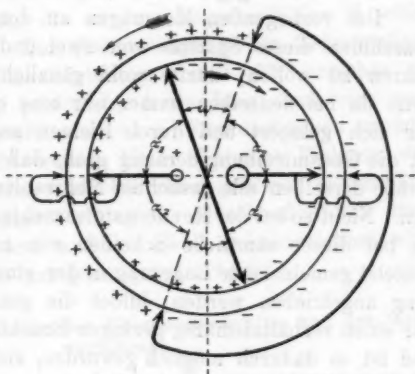


Fig. 1.

Nunmehr konnte ich beim erstmaligen Andrehen der ersten Kondensatormaschine mit Doppeldrehung, deren Polarisatoren und Konduktoren analog wie bei den einfachen Influenzmaschinen nach obigem Schema geschaltet waren, infolge der ca. 15mal größeren Strommenge gegenüber einer einfachen Influenzmaschine bereits ohne die Anwendung von Meßinstrumenten direkt aus der Intensität des Funkenstromes erkennen, daß im Gegensatz zu dem Wachsen des Potentials mit dem Winkel die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung innerhalb gewisser Grenzen mit dem Wachsen dieses Winkels abnimmt, daß also — wenigstens innerhalb gewisser Grenzen — den verschiedenen zwischen den Elektroden einstellbaren Funkenstrecken und damit den verschiedenen Span-

1) Vgl. G. Wiedemann, Elektrizität III. Aufl. 4. p. 208.



nungen ebenso viele voneinander verschiedene, aber ganz bestimmte, Stellungen der Polarisatoren entsprechen, bei denen die Maschine die größte Stromleistung liefert und mit dem größten Wirkungsgrad arbeitet.

Eingehende Messungen verschafften mir alsbald die im folgenden mitgeteilte Abhängigkeit der Polarisatorstellung von der Stromleistung, der aufgewandten und erzeugten Energie bez. dem Wirkungsgrade der Maschinen mit Doppeldrehung.

Die vorliegenden Messungen an den bisherigen Influenzmaschinen dieses Systems von zwei und mehr Scheiben ausführen zu wollen, dürfte wohl gänzlich ausgeschlossen sein; denn da bei denselben immer nur eine oder je zwei Scheiben für sich gelagert und durch Riemen angetrieben werden, so ist die Gesamtreibung derartig groß, daß in der schwankenden Größe derselben alle gesuchten Meßresultate spurlos verschwinden. Nicht so bei der Kondensatormaschine mit Doppeldrehung; da bei dieser sämtliche Scheiben von nur zwei Riemen vermittelt gemeinsamer Lagerung in der einen und anderen Richtung angetrieben werden, bildet die gesamte Reibungsarbeit nur einen verhältnismäßig geringen Bruchteil der Gesamtarbeit, und ist es dadurch möglich geworden, sich in einfacher Weise über die Wirkungsweise der Polarisatoren genauen Aufschluß zu verschaffen.

## § 2. Ausführungsform der Polarisatoren.

Wie später gezeigt wird, liegen die günstigsten Polarisatorstellungen hinsichtlich der Erzeugung größtmöglicher Stromstärken für die größeren Entladespannungen (Schlagweiten) unter sehr großen Winkeln, die zum Teil so groß sind, daß der Polarisator in der erforderlichen Lage in den Raum zwischen Scheiben (bez. bei Kondensatormaschinen zwischen Kollektor) und Treibriemen bez. Lagerböcken zu fassen hat (vgl. dazu beispielsweise die Fig. 76 in dem bereits zitierten Werke von J. Gray, l. c.).

Sowohl allgemein zur Erhöhung der maximalen Leistung dieser Maschinengattung, wie im besonderen für die Ausführung dieser Versuche, um alle Polarisatorstellungen von  $\alpha = 0-90^\circ$  und darüber hinaus einnehmen zu können, gab ich dem nach unten gerichteten Arm der Polarisatoren eine derartige Form

(D.R.P. a. vom 1./XII. 1903, veröffentlicht im Reichsanzeiger am 5./IX. 1904), daß derselbe zunächst die Riemscheibe umfaßt, sodann in einer zur Maschinenachse senkrechten zwischen den Treibriemen und den Scheiben liegenden Ebene weiterlaufend, in einer Bürste endigt, die, wie bei den bekannten Querkonduktoren, in einer durch die Bürste des anderen Armes und seine Drehachse gelegten Ebene angebracht ist. — —

Ferner ist mit dem Querkonduktor ein Zeiger starr verbunden, der bei der Drehung des Polarisators um seine Achse über eine Skala läuft, die an dem Lagerbock der Maschine fest angebracht ist. Zur Kennzeichnung der Zeigerstellung ist sie mit einer Winkeleinteilung von  $0-90^\circ$  versehen, an deren Stelle für die praktische Anwendung auch eine nach Spannungen in Kilovolt oder nach Funkenstrecken geeichte Einteilung angebracht werden kann. Letztere Eichung wird dann dadurch erhalten, daß bei einer gewissen eingestellten Funkenstrecke diejenige Stellung der Querkonduktoren durch Versuche ermittelt und auf der Skala gekennzeichnet wird, bei der die Maschine am günstigsten arbeitet.

### § 3. Kurze Beschreibung der Versuchsmaschine und des Meßverfahrens.

Zu den Versuchen wurde eine Kondensatormaschine mit Doppeldrehung von acht doppeltwirkenden und den an den beiden Außenseiten befindlichen notwendigen zwei einfach wirkenden Scheiben benutzt, deren Durchmesser zur einen Hälfte 44 cm, zur anderen 47 cm betrugen; diese Maschine wurde durch einen Hauptschlußelektromotor von  $\frac{1}{5}$  PS. normaler Leistung angetrieben.

Die während der je ca.  $\frac{1}{2}$ —1 Min. dauernden Versuche dem Lichtleitungsnetz einer Zentrale von 120 Volt Betriebsspannung entnommene Stromstärke, sowie die dabei auftretenden Klemmenspannungen wurden mittels geeigneter Präzisions-ampère- und Voltmeter vor, während und kurz nach jedem Versuche festgestellt. Aus diesen gemessenen Werten  $J_m$  und  $E_m$  wurde die der Kondensatormaschine zugeführte Energie  $E_z$  berechnet nach der Bilanzgleichung des betreffenden Elektromotors:

$$E_z = J_m E_m - J_m^2 (W_s + W_f) + L_{Hyst} + L_{Wirt} + L_{Reib}.$$

Auf diese Weise wurde zunächst die Leerlaufsarbeit der Kondensatormaschine pro eine Umdrehung der Scheiben in der Sekunde  $= E_L$  für verschiedene sekundliche Tourenzahlen von 1 bis 15 bestimmt und zu einer Kurve aufgetragen. Alsdann wurde die zur Überwindung des Widerstandes der elektrischen Kräfte pro eine Scheibenumdrehung in der Sekunde aufgewandte Energie  $E_s$  aus der ebenfalls für eine sekundliche Umdrehung umgerechneten gesamten zugeführten Energie  $E_t = (E_s \cdot 60/n)$  berechnet nach der Formel

$$E_s = \frac{60 \cdot E_t}{n} - E_{L \text{ pro } \frac{n}{60}} = E_t - E_L.$$

Im Hochspannungskreise wurde die nutzbare Stromleistung bei einer Umdrehung der Scheiben in der Sekunde  $J_n$  aus der Zahl der während des Versuches erfolgten Entladungen  $z$  einer oder mehrerer in den Entladungskreis eingeschalteten Leydener Flaschen von passend gewählten Kapazitäten  $C = \text{ca. } 300 \text{ bis } 2500 \text{ cm}$  unter Berücksichtigung eines Flaschenrückstandes von  $\frac{2}{13}$  der erhaltenen Werte nach der folgenden Gleichung ohne Rücksicht auf Flaschenverluste berechnet:

$$J_n = C \cdot V \frac{11}{13} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{z}{t_{\text{Sek.}}} \cdot \frac{60}{n},$$

$$J_n = 5,63 \cdot C \cdot V \cdot \frac{z}{t_{\text{Sek.}} \cdot n} \cdot 10^{-11}.$$

Dabei wurde das Anfangspotential der Entladung als Funktion aus der Schlagweite  $f$  zwischen zwei gleich großen Kugelelektroden vom Durchmesser  $d$  mit annähernd entgegengesetzt gleichem Potential nach den Angaben von M. Töpler<sup>1)</sup> bestimmt durch die Gleichung:

$$A = A_{f=\infty} \cdot \psi(f:d),$$

worin

$$A_{f=\infty} = 2 \cdot 300 \cdot d \left[ 96 + \frac{64}{\sqrt{d}} \right] \text{ Volt}$$

ist, und die Werte von  $\psi(f:d)$  nach von A. Heydweiller aus der Schlagweite zwischen großen Kugelelektroden berechneten Tabellen eingeführt wurden.

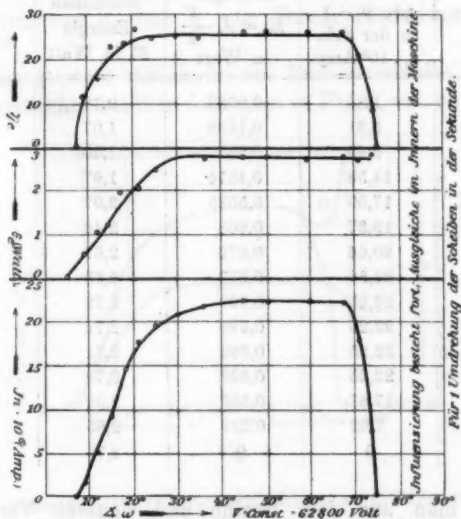
Sämtliche in Betracht kommenden Werte sind unter den

1) M. Töpler, Ann. d. Phys. 10. p. 730. 1903.

genannten Bezeichnungen in den Tabellen zusammengestellt worden; außerdem finden sich darin Werte für die mittels Flaschen gemessene „Hochspannungsnutzleistung“ mit  $E_n = J_n \cdot \frac{V}{2}$  und Werte für den „elektrischen Wirkungsgrad“ mit  $\eta_n = \frac{E_n}{E_s}$  bezeichnet.

#### § 4. Messungen.

Die Ergebnisse der ersten in Figg. 2—4 und Tab. I wiedergegebenen Versuche wurden in der Weise erhalten, daß beide Polarisatoren zunächst senkrecht — d. h. in Richtung der Achsenmittelvertikalen der Maschine — unter dem gegenseitigen Winkel  $\omega = 0^\circ$  eingestellt wurden. Der Winkel  $\omega$ , den ich weiterhin zum Unterschiede von dem bereits eingangs



Figg. 2—4.

bezeichneten (vgl. Fig. 1) Winkel  $\alpha$  zwischen Elektroden und Polarisatoren kurz „Polarisatorwinkel“ nennen werde, wurde dann von Versuch zu Versuch in der Weise verändert, daß, während der eine Polarisator konstant auf  $0^\circ$  verblieb, der andere, und zwar der zu den großen Scheiben gehörige Polari-

sator der Rückseite nacheinander die in dem Koordinatensystem der Figg. 2—4 als Abszissen aufgetragenen Winkelstellungen von  $\omega = 0$  bis  $90^\circ$  einnahm. Als Ordinaten wurden alsdann in Fig. 4 die nutzbaren Stromwerte  $J_n$  in Mikroamp., in Fig. 3 die Energiewerte  $E_n$  in Watt und endlich in Fig. 2 die Größe des jeweiligen Wirkungsgrades  $\eta_n$  in Prozenten von  $E_n$  und zwar — wie oben angegeben — bezogen auf eine Umdrehung der Scheiben in der Sekunde aufgetragen.

Tabelle I.

$V = 62800$  Volt;  $C = 1255$  cm;  $t = 60$  Sek.;  $J = 74,5 \frac{\pi}{n} \cdot 10^{-6}$  Amp.

| Polarisatorwinkel<br>$\omega$ | Nutzbare Stromstärke<br>pro $n = 1$<br>in der Sek.<br>$J_n \cdot 10^6$ Amp. | Nutzbare Energie<br>$E_n = J_n \cdot \frac{V}{2}$<br>in Watt | Aufgewendete Energie<br>$E_n$ in Watt | Wirkungsgrad<br>$\eta_n$ in Proz. |
|-------------------------------|---|--|---------------------------------------|-----------------------------------|
| $9^\circ$                     | 1,85  | 0,0582   | 0,48                                  | 12,1                              |
| 12                            | 5,21  | 0,1689   | 1,07                                  | 15,8                              |
| 15                            | 9,45  | 0,297  | 1,30                                  | 22,85                             |
| 18                            | 14,58   | 0,4574   | 1,97                                  | 23,23                             |
| 21                            | 17,59   | 0,5525   | 2,07                                  | 26,7                              |
| 25                            | 19,37   | 0,608  | 2,46                                  | 24,7                              |
| 30                            | 20,64   | 0,672  | 2,69                                  | 25,0                              |
| 36                            | 21,56   | 0,677  | 2,68                                  | 25,26                             |
| 45                            | 22,25   | 0,699  | 2,72                                  | 25,7                              |
| 50                            | 22,25   | 0,699  | 2,72                                  | 25,7                              |
| 60                            | 22,25   | 0,699  | 2,71                                  | 25,8                              |
| 68                            | 22,25   | 0,699  | 2,72                                  | 25,7                              |
| 71                            | 17,81   | 0,559  | 2,69                                  | 20,8                              |
| 74                            | 7,62  | 0,239  | 2,85                                  | 8,4                               |
| 75                            | 0   | 0  | 2,73                                  | 0                                 |

Wie man aus dem Beginn und weiteren Verlauf der Kurven ersieht, setzt die zur Überwindung des Widerstandes der sich anziehenden auf der Scheibe influenzierten elektrischen Kräfte erforderliche Energie bei einem Polarisatorwinkel  $\omega = 5^\circ$  ein; bei  $7^\circ$  wurde der Anfang der Stromabgabe  $J_n$  von seiten der Maschine und damit der Beginn des Wirkungsgrades gemessen.

Als besonders wichtig für die Berechnung von vielpoligen

Polarisationssystemen ist hervorzuheben, daß bei dem vorliegenden gemessenen Modell die maximale Stromleistung — einerlei bei welcher Spannung — unter einem Polarisatorwinkel von  $45^\circ$  erreicht wird, daß der Nutzstrom  $J_n$  jedoch bereits bei  $40^\circ$  nahezu den Größtwert besitzt, und daß er bei dem Größtwert des Wirkungsgrades unter  $25^\circ$  noch einen verhältnismäßig sehr hohen Wert hat, die Maschine also bei einem Polarisatorwinkel von  $25^\circ$  bei einer Stromleistung von 87 Proz. des erreichbaren Höchstwertes noch mit dem besten Wirkungsgrad arbeitet.

Von  $45^\circ$  bis  $68^\circ$  behalten sämtliche Größen von  $J_n$ ,  $E_e$  und  $\eta_e$  ihren Größtwert. Von  $68^\circ$  ab tritt bei der betreffenden Spannung von 62 800 Volt infolgedessen, daß die Entladungen direkt im Innern übergehen, ein schneller Abfall der Kurven von  $J_n$  und  $\eta_e$  von ihrem Höchstwert bis auf Null ein.

Dieser letztere Abschnitt des Kurvenverlaufes tritt noch charakteristischer bei dem folgenden in Fig. 5, vgl. auch Tab. II,

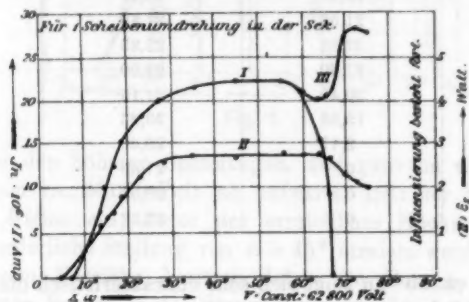


Fig. 5.

wiedergegebenen „Polarisatorwinkeldiagramm“ hervor, daß ähnlich wie das in Figg. 2—4 abgebildete dadurch erhalten wurde, daß diesmal der hintere Polarisator konstant unter  $0^\circ$  gehalten, dagegen der vordere, zu den kleineren Scheiben gehörige Polarisator von  $0-90^\circ$  verstellt wurde. Während die Stromkurve  $J_n$  (I) und die der zugeführten Energie  $E_e$  (II) von  $0-55^\circ$  wie bei den ersten Versuchen, Fig. 3 und 4, verläuft, tritt der Stromabfall  $J_n$  — und zwar bei derselben Spannung von 62 800 Volt —

infolge der bei den kleineren Scheiben naturgemäß weit ungünstigeren Isolationsverhältnisse hier viel früher, bereits bei  $55^\circ$  ein, um bei  $67^\circ$  bereits auf Null herabzusinken.

Tabelle II.

$V = 62800$  Volt;  $C = 1255$  cm;  $t = 60$  Sek.;  $J = 74,5 \frac{\pi}{n} \cdot 10^{-6}$  Amp.

| Polarisator-<br>winkel<br>$\omega$<br>( $P_s$ ) | Nutzbare Stromstärke<br>pro $n = 1$ in der Sek.<br>$J_n \cdot 10^6$ Amp.<br>(I) | frei gew. Stromstärke<br>pro $n = 1$ in der Sek.<br>$J_s \cdot 10^6$ Amp.<br>(III) | Aufgewendete<br>Energie<br>$E_s$ in Watt<br>(II) |
|---|---|--|--|
| 10°   | 2,98  | 2,98   | 0,56   |
| 14  | 7,62  | 7,62   | 1,16   |
| 15  | 10,02   | 10,02  | 1,32   |
| 17  | 12,48   | 12,48  | 1,46   |
| 19  | 15,31   | 15,31  | 1,82   |
| 23  | 18,61   | 18,61  | 2,27   |
| 28  | 20,21   | 20,21  | 2,61   |
| 35  | 21,69   | 21,69  | 2,73   |
| 45  | 22,35   | 22,35  | 2,69   |
| 55  | 22,20   | 22,20  | 2,88   |
| 60  | 20,49   | 21,15  | 2,25   |
| 64  | 15,88   | 20,23  | 2,25   |
| 66  | 9,17  | 20,60  | 2,16   |
| 70  | 0   | 27,55  | 2,27   |
| 72,5  | 0   | 28,35  | 2,11   |
| 75  | 0   | 27,22  | 2,02   |

Von ca.  $55^\circ$  an zeigt sich sehr charakteristisch die Periode, wo allmählich, zuerst zum Teil, sodann gänzlich die Entladungen im Innern der Maschine zwischen den von den Polarisator- und Elektrodenbürsten berührten Sektoren auftreten, deren Stromwerte addiert zu den Nutzstromwerten  $J_n$  den Kurvenmast III bilden. Von ca.  $67^\circ$  ab beginnen alsdann diese Stromwerte entsprechend dem nunmehr kleiner werdenden Abstand der berührten Sektoren und damit auch entsprechend dem kleiner werdenden Potential der inneren Entladungen rasch bis auf den erreichbaren Höchstwert von 28,5 Mikroamp., den die vorliegende Maschine bei ca. 30000 Volt besitzt, zu steigen,



während gleichzeitig und aus demselben Grunde die aufzuwendende Energie  $E$ , stetig abnimmt etc.

Während bis zu einer gewissen Grenze für alle Spannungen der Höchstwert des Nutzstromes bei einem Polarisatorwinkel von  $45^\circ$  erreicht wird, ist der Beginn des Stromabfalles nach den Konduktoren hin natürlich von der Elektrodenspannung abhängig. Um die Abhängigkeit der Polarisatorkurven von den verschiedenen Spannungen zu zeigen, habe ich in der Fig. 6 für verschiedene in der Figur angegebene Spannungen den Stromverlauf eingezeichnet.

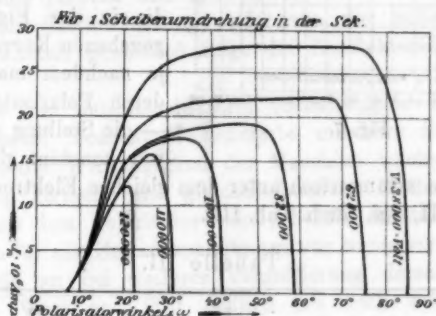


Fig. 6.

Bei den höheren Spannungen, und zwar im vorliegenden Falle von ca. 90000 Volt an aufwärts, tritt der Stromabfall bereits früher ein, bevor der erreichbare Höchstwert durch die erforderliche Stellung von  $\omega = 45^\circ$  erreicht werden konnte. In diesem Bereiche besitzen daher die Kurven ein scharf markiertes Maximum der Stromleistung, und entsprechen hier daher einer jeden Elektrodenspannung — wie eingangs bereits angegeben — ganz bestimmte, aber voneinander verschiedene Polarisatorwinkel, bei denen die Maschine die größte sekundliche Elektrizitätsmenge liefert. Bei dem vorderen, zu den kleineren Scheiben gehörigen Polarisator ist dieser Bereich, da er bereits bei 80000 Volt anfängt, noch ausgedehnter.

Bei einer kleineren Kondensatormaschine gar, die zu Versuchszwecken von mir gebaut war, und sechs Scheiben von nur 22,5 cm Durchmesser besitzt, erstreckt sich der Bereich

dieser Maximumkurven beinahe über die ganze Winkelskala, so daß selbst bei den kleineren Schlagweiten genau ein Polarisatorwinkel bestimmt werden konnte, bei dem die Maschine die größte Zahl von Funken in der Zeiteinheit lieferte.

Trägt man zwecks graphischer Darstellung dieser Abhängigkeit die zwischen den Elektroden eingestellten Funken-

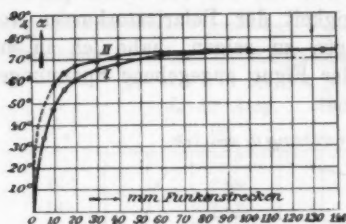


Fig. 7.

strecken  $f$  als Abszissen, und die dem Maximum der

Leistung entsprechenden Elektrodenwinkel  $\alpha$  als Ordinaten auf, so erhält man die in der Fig. 7 wiedergegebenen Kurven I und II, je nachdem man den vorderen Polarisator allein (I) — die Stellung des anderen war konstant gleich  $73^\circ$  —

oder beide symmetrisch unter dem gleichen Elektrodenwinkel  $\alpha$  verstellt (II, vgl. auch Tab. III).

Tabelle III.

| $f$ cm    | I.  | II.  |
|-----------|---|--|
|           | $\alpha_1 (\alpha_2 = 73^\circ \text{ const.})$ | $\alpha_1 \text{ und } \alpha_2$<br>(symmetrische) |
| 0,5       | $33^\circ$ (unsicher)                           | unsicher (ca. $45^\circ$ )                         |
| 1,0       | 48  | $58^\circ$ (unsicher)                              |
| 1,5       | 56  | 63   |
| 2,0       | 60  | 66   |
| 3,0       | 65  | 69   |
| 4,0       | 67  | 71   |
| 6,0       | 71  | 72   |
| 10,0      | $73^\circ$ (unsicher)                           | $73^\circ$ (unsicher)                              |
| 13,5      | unsicher ( $73^\circ$ )                         | unsicher ( $73^\circ$ )                            |
| (Maximum) |   |  |

### § 5. Zusammenfassung der Resultate.

Als Ergänzung der bereits allgemein bekannten Eigenschaft der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung, daß die Spannung derselben mit dem Winkel wächst, den die Polari-

satoren mit den Konduktoren bilden, daß sie also mit dem Wachsen des Polarisatorwinkels, d. h. des Winkels, den die Polarisatoren untereinander bilden, abnimmt, fasse ich die neuen Resultate der vorstehenden Untersuchungen wie folgt zusammen:

1. Die auf den Scheiben bei gleichbleibender Tourenzahl erzeugte sekundliche Elektrizitätsmenge (Stromstärke) wächst allgemein bei den Influenzmaschinen mit Doppeldrehung mit dem bis zu einer für jede Maschine bestimmten Winkelgröße wachsenden Polarisatorwinkel, und zwar unabhängig von dem Vorhandensein (Holtz und Musaeus) oder von dem Nichtvorhandensein (Holtzschtung), oder von der außerhalb des Polarisatorwinkels gewählten Lage der Konduktorkämme bez. Bürsten.

2. Die von den Konduktoren (Schaltung in Fig. 1) bei gleichbleibender Tourenzahl gelieferte nutzbare Stromstärke sowie auch der Wirkungsgrad der Maschine wächst bei verhältnismäßig kleinem (und gleichbleibendem) Entladepotential zunächst mit dem Polarisatorwinkel, behält sodann von einer bestimmten für alle Entladespannungen nur wenig verschiedenen Winkelgröße an bei weiterer Vergrößerung derselben ihren maximalen Wert und fällt endlich bei noch weiterer Vergrößerung des Winkels infolge innerer Entladungen der Konduktoren über die Scheiben oder auch direkt nach den Polarisatoren hin rasch auf Null herab, sobald sich die letzteren über eine von der betreffenden Entladespannung (Leitendwerden der umgebenden Luft) abhängige Grenze hinaus den Elektroden nähern.

3. Bei den größeren und größten Entladepotentialen wächst dagegen die von den Elektroden (Schaltung in Fig. 1) bei gleichbleibender Tourenzahl gelieferte Stromstärke, sowie der Wirkungsgrad der Maschine zwar ebenfalls zunächst mit dem Polarisatorwinkel, sinkt jedoch sofort nach der Erreichung einer bestimmten Winkelgröße, die von der Entladespannung abhängig ist, und um so kleiner ist, je größer diese Spannung ist, rasch auf Null herab, so daß also in diesem Falle — mit anderen Worten — den verschiedenen zwischen den Elektroden einstellbaren Funkenstrecken oder besser allgemein den verschiedenen Entladespannungen ebenso viele voneinander ver-

schiedene, aber ganz bestimmte Stellungen der Polarisatoren entsprechen, bei denen die Maschine die größte Stromleistung liefert und mit dem größten Wirkungsgrad arbeitet.

4. Die zur Überwindung des Widerstandes der elektrischen Kräfte aufzuwendende Energie steigt allgemein bei den Influenzmaschinen mit Doppeldrehung mit dem bis zu einer bestimmten Winkelgröße wachsenden Polarisatorwinkel auf einen Höchstwert, der bei weiterer Vergrößerung des Polarisatorwinkels innerhalb gewisser Grenzen unverändert bleibt und um so größer ist, je größer das Entladepotential der Konduktoren gewählt wird.

5. Das Wachsen der Spannung mit dem Winkel zwischen Polarisatoren und Elektroden (Schaltung in Fig. 1) hört bei den größten Winkelstellungen, die nur wenig von  $90^\circ$  entfernt liegen, mehr oder weniger früh auf, da die erzeugte Stromstärke und infolgedessen der Polarisatorwinkel genügend groß sein muß, um die Konduktoren bez. die mit ihnen verbundenen Leiter von verschiedener Kapazität bis zu den betreffenden Potentialen zu laden, bez. die ebenfalls stets verschiedenen von dem Zustand der Leiter und der umgebenden Luft etc. abhängigen Ausstrahlungsverluste zu ersetzen.

Zum Schlusse sei mir gestattet, Hrn. Prof. Dr. Wedding, Hrn. Prof. Dr. Rubens und Hrn. A. Nairz, ganz besonders aber Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Slaby, in dessen Laboratorium mir auch die Möglichkeit zur Durchführung dieser Versuche gegeben war, meinen herzlichsten Dank auszusprechen für das freundliche Interesse, das sie meinen Arbeiten stets entgegengebracht haben.

(Eingegangen 15. September 1904.)

10. *Über den Villarischen kritischen Punkt  
beim Nickel;  
von K. Honda und S. Shimizu.*

In der „Physikalischen Zeitschrift“ Nr. 9. 1904, hat Hr. Heydweiller unser Experiment<sup>1)</sup> über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel kritisiert. Er hält es für notwendig, dasselbe Experiment mit Nickeldrähten zu wiederholen. Wir haben deshalb ein neues Experiment angestellt mit den von Hrn. Heydweiller benutzten ähnlichen Einrichtungen.

Das Magnetometer bestand in einem kleinen Glockenmagnet, der, an einem Quarzfaden aufgehangen, sich in einem dicken kupfernen Gehäuse befand. Nahe dem Magnetometer und östlich davon wurde eine Magnetisierungsspule vertikal festgelegt, deren  $4\pi n = 257,2$ , Länge = 42 cm, und innerer Durchmesser = 1,5 cm war. Eine Kompensationsspule für den Erdmagnetismus wurde innerhalb der Magnetisierungsspule koaxial angebracht, während diejenige für die direkte Wirkung dieser letzteren westlich vom Magnetometer aufgestellt wurde. Die Kompensation des Erdmagnetismus wurde mit einem Strom von einem Daniellschen Element bewirkt. Der Nickeldraht hatte an beiden Enden Kupferdrähte von ungefähr derselben Dicke angelötet und wurde längs der Axiallinie der Magnetisierungsspule gespannt. Das untere Ende des zusammengesetzten Drahtes wurde an ein festes Gestell befestigt und das obere Ende mittels eines über eine Rolle führenden und durch ein Gewicht gespannten Fadens nach oben gezogen. Das Gestell und das Magnetometer, die keinen direkten mechanischen Zusammenhang miteinander hatten, lagen auf einem großen steinernen Pfeiler. Die Horizontalentfernung zwischen

1) K. Honda u. S. Shimizu, Ann. d. Phys. 14. p. 791. 1904.

den Mittelpunkt des Magnetometers und der Magnetisierungsspule war entweder 7,5 oder 2,9 cm. Die Lage des Nickeldrahtes wurde derart reguliert, daß die Ablenkung des Magnetometers am größten war, das untere Ende des Nickeldrahtes war dabei 1 cm höher als dasjenige der Spule. Zwei Exemplare Nickeldraht wurden untersucht: das eine, 1,02 mm dick, 34,5 cm lang, welches vom elektrolytischen, fast chemisch reinen Nickel gezogen wurde, und das andere, 1,05 mm dick und 34,5 cm lang, aus reinem Nickel des Handels. Alle beide wurden sorgfältig ausgeglüht.

Zwei Serien Experimente wurden vorgenommen: die erste mit dem Kompensationsstrom für den Erdmagnetismus und die zweite ohne denselben. In der ersten Serie wurde zuerst ein konstanter Strom willkürlicher Stärke in die Erdmagnetismus kompensierende Spule hineingeschickt, dann die Kompensation der Magnetisierungsspule ausgeführt. Dann wurde der Draht in seine zugehörige Lage hineingebracht und sorgfältig durch Umkehrungen des magnetisierenden Stromes entmagnetisiert. Wenn nun der willkürlich genommene Strom gerade den Erdmagnetismus kompensiert hätte, so würde nach der Entmagnetisierung keine Ablenkung des Magnetometers durch das Vorhandensein des Nickeldrahtes zu beobachten sein. Man kann also aus der etwa vorhandenen Ablenkung schließen, ob der Strom stärker oder schwächer sein muß, um vollständige Kompensierung des Erdmagnetismus zustande zu bringen. Man fuhr mit dem Regulieren des Stromes fort, bis nach dem Entmagnetisierungsverfahren kein Einfluß des Nickeldrahtes mehr bemerkbar war. Das war allerdings sehr schwer bei der kleineren Magnetometerentfernung von 2,9 cm, aber nicht so umständlich bei der größeren Entfernung 7,5 cm. Für die Entmagnetisierung durch Umkehrungen mußte man mit einer Stromstärke anfangen, ca. 20 mal größer als diejenige für die Kompensation des Erdmagnetismus.

Nachdem die Kompensierung durchgeführt wurde, wurde der Draht am unteren Ende festgeklemmt, ein Magnetisierungsfeld erregt, und die dadurch hervorgebrachte Ablenkung des Magnetometers abgelesen. Dann wurde an dem Draht eine zuerst allmählich zunehmende, dann allmählich abnehmende Spannung angelegt, indem man bei jeder Stufe der Spannung

die Ablenkung ablas. Zwei Beispiele geben wir unten wieder (vgl. Figg. 1 und 2).

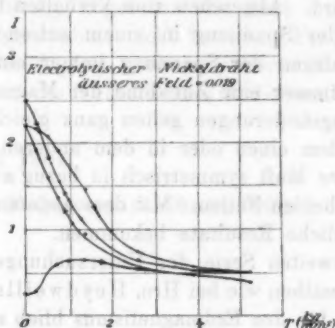


Fig. 1.

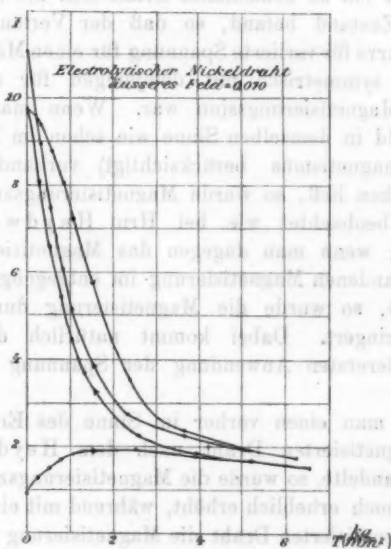


Fig. 2.

Man sieht durch Vergleichung dieser Figuren mit denen unserer früheren mit Nickelstäben ausgeführten Untersuchung,



daß die Wirkung der Spannung in der Hauptsache dieselbe bleibt, ob der Nickel in Form eines Drahtes oder eines Stabes angewandt wird. Abgesehen vom Verhalten bei der allerersten Anwendung der Spannung in einem schwächeren Felde bewirkt das Anlegen der Spannung immer eine Abnahme, das Wegnehmen immer eine Zunahme der Magnetisierung. Diese Magnetisierungsänderungen gelten ganz gleich, ob die Magnetisierung in dem einen oder in dem anderen Sinne stattfindet, d. h. die Kurve läuft symmetrisch in bezug auf die Spannungsachse in den beiden Fällen. Mit dem anderen Exemplar haben wir auch ähnliche Resultate bekommen.

In der zweiten Serie der Untersuchungen waren die Bedingungen dieselben wie bei Hrn. Heydweiller. Die Kompensierungsspule für den Erdmagnetismus blieb stromlos. Experimente mit der Magnetisierungsmethode von Hrn. Heydweiller zeigten, daß ein so behandelter Draht sich nie im magnetisch neutralen Zustand befand, so daß der Verlauf der Magnetisierungskurve für variierte Spannung für einen Magnetisierungssinn nicht symmetrisch mit demjenigen für den entgegengesetzten Magnetisierungssinn war. Wenn man ein Magnetisierungsfeld in demselben Sinne wie schon im Draht wirklich (Remanentmagnetismus berücksichtigt) vorhandene Magnetisierung wirken ließ, so wurde Magnetisierungszunahme durch Spannung beobachtet wie bei Hrn. Heydweillers<sup>7</sup> Experimenten; wenn man dagegen das Magnetisierungsfeld der schon vorhandenen Magnetisierung im entgegengesetzten Sinne wirken ließ, so wurde die Magnetisierung durch Spannung immer verringert. Dabei kommt natürlich das Verhalten bei der allerersten Anwendung der Spannung nicht in Betracht.

Wenn man einen vorher im Sinne des Erdmagnetismus mäßig magnetisierten Draht nach dem Heydweillerschen Prozeß behandelte, so wurde die Magnetisierungszunahme durch Spannung noch erheblich erhöht, während mit einem entgegengesetzt magnetisierten Draht die Magnetisierung mit Spannung schnell abnahm.

Aus diesen beiden Serien von Experimenten dürfen wir schließen, daß die Magnetisierungszunahme durch Spannung allein, wie sie von Hrn. Heydweiller beobachtet wurde, durch

den Anfangsmagnetisierungszustand des Drahtes bedingt wird, und daß bei einem vom neutralen Zustand aus magnetisierten Drahte die Spannung, abgesehen von ihrer Anfangswirkung, die Magnetisierungszunahme nicht bewirkt. Ferner kann man behaupten, in Bestätigung unseres früheren Resultates, das Nichtvorhandensein des Villarischen kritischen Punktes beim Nickel.

Tôkyô, Juli 1904.

(Eingegangen 22. Oktober 1904).

# 11. *Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen; von C. Dieterici.*

Es ist bekannt, daß der einzige Weg, einen theoretisch begründeten Ausdruck für die Abhängigkeit des Sättigungsdruckes von der Temperatur aufzustellen, durch die Gleichung der mechanischen Wärmetheorie für die Verdampfungswärme  $r$

$$r = \vartheta \cdot \frac{d p_s}{d \vartheta} (v_2 - v_1)$$

gegeben ist, daß es aber nicht möglich ist, weder  $r$  noch  $(v_2 - v_1)$  als Funktion der Temperatur allein darzustellen und daher es auch nicht gelingt,  $p_s$  als Funktion von  $\vartheta$  allein zu entwickeln. Der tiefere Grund für diesen Mangel liegt darin, daß das Problem der Zustandsgleichung noch der Lösung harret.

Andererseits ist es ein gemeinsames Merkmal aller empirischen Formeln für den Dampfdruck — so aller Formeln von Regnault, Dupré, Rankine, von van der Waals und anderer —, daß sie nicht den Druck selbst, sondern den Logarithmus des Druckes als Temperaturfunktion darstellen und damit auch eine Aussage über

$$\frac{d}{d \vartheta} \ln p_s = \frac{1}{p_s} \frac{d p_s}{d \vartheta}$$

machen.

Man kann sich die Frage vorlegen, ob ein innerer Grund dafür angegeben werden kann, daß es gelingt, eine empirische Abhängigkeit der logarithmischen Zunahme des Dampfdruckes von der Temperatur zu finden, und diese Frage läßt sich in gewissem Sinne begründen. Denn multipliziert man die vorstehende Gleichung mit  $\vartheta$  und erweitert den Bruch durch Multiplikation mit  $(v_2 - v_1)$  der Volumendifferenz zwischen gesättigtem Dampf und der Flüssigkeit, so erhält man

$$\frac{\vartheta \cdot \frac{d p_s}{d \vartheta} \cdot (v_2 - v_1)}{p_s (v_2 - v_1)} = \frac{r}{A},$$

das Verhältnis zwischen der totalen Verdampfungswärme  $r$  und der äußeren Arbeit  $A$ .

Den reziproken Wert dieses Quotienten kann man als den Nutzeffekt des isothermen Verdampfungsprozesses bezeichnen, indem man die von Maxwell für eine Maschine gegebene Definition des Nutzeffektes (efficiency)  $E$  als das Verhältnis der geleisteten Arbeit zum gesamten Wärmeverbrauch auf den Vorgang der isothermen Verdampfung anwendet; also

$$E_{\phi} = \frac{A}{r} = \frac{p_{\phi}}{\vartheta \cdot \frac{dp_{\phi}}{d\vartheta}}$$

definiert.

Dieser Nutzeffekt isothermer Verdampfung scheint in besonders einfacher Beziehung zur Temperatur zu stehen. Das tritt in besonders auffallender Weise beim Wasser bei höheren Temperaturen — zwischen  $150^{\circ}\text{C.}$  und der kritischen  $365^{\circ}\text{C.}$  — hervor. Denn stellt man sich die vorliegenden Beobachtungen<sup>1)</sup> von Regnault bis  $230^{\circ}\text{C.}$ , von Ramsay und Young bis  $270^{\circ}\text{C.}$ , von Batelli und Cailletet und Colardeau bis zur kritischen Temperatur zusammen, so findet sich, daß man den Mittelwerten der Beobachtungen vollkommen durch

$$\frac{1}{E_{\phi}} = \frac{\vartheta}{p_{\phi}} \cdot \frac{dp_{\phi}}{d\vartheta} = \frac{4720^{\circ}\text{C.}}{\vartheta}$$

genügt, worin  $4720^{\circ}\text{C.}$  eine empirische aus den Beobachtungen berechnete Konstante ist. Dies gilt aber nur zwischen  $150^{\circ}$  und  $365^{\circ}$ , bei niederen Temperaturen nicht mehr.

Nun hat S. Young aus seinen vielen Beobachtungen des kritischen Zustandes verschiedener Substanzen die Regel abgeleitet, das für alle „normalen“ Substanzen

$$\frac{R \vartheta_{\kappa}}{p_{\kappa} v_{\kappa}} = 3,7$$

ist, worin  $R$  die Gaskonstante bedeutet; und ich selbst<sup>2)</sup> habe aus seinen Beobachtungen die zweite Regel abgeleitet, daß im kritischen Zustand der Spannungskoeffizient gerade doppelt so groß ist, als er nach den idealen Gasgesetzen sein müßte, also

$$\left( \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right)_{\kappa} = \frac{R}{\frac{1}{2} v_{\kappa}}$$

1) Vgl. A. Winkelmann, Handbuch 2. p. 768. 1896.

2) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 12. p. 144—153. 1903.

Faßt man beide aus den Beobachtungen abgeleiteten Regeln zusammen und beachtet, daß im kritischen Zustande

$$\left(\frac{dp_s}{d\vartheta}\right)_n = \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_n$$

ist, so kann man die beiden Regeln in die eine zusammenfassen:

$$\frac{1}{E_n} = \frac{\vartheta_n \left(\frac{\partial p_0}{\partial \vartheta}\right)_n}{p_n} = 7,4,$$

oder der Nutzeffekt einer — unendlich kleinen — isothermen Volumenänderung im kritischen Zustand ist für alle normalen Substanzen  $\frac{1}{7,4}$ .

Es sei hier bemerkt, daß schon van der Waals<sup>1)</sup> hervorhebt, daß wenn auch im kritischen Zustand die Verdampfungswärme  $r$  und die äußere Arbeit  $A$  jede für sich gleich Null werden, weil die Volumendifferenz Null wird, doch das Verhältnis beider, also in der hier angewendeten Bezeichnung der Nutzeffekt, einen ganz bestimmten Wert hat.

Die aus den Dampfdruckbeobachtungen für Wasser empirisch berechnete Konstante 4720° C. ist aber auf eine Einheit genau gleich 7,4.  $\vartheta_n = 7,4 \cdot 638$ , so daß man also für Wasser die Sätze aussprechen kann:

Die Nutzeffekte isothermer Verdampfung bei verschiedenen Temperaturen verhalten sich wie die absoluten Temperaturen:

$$E_\vartheta : E_{\vartheta_n} = \vartheta : \vartheta_n.$$

Der Nutzeffekt im kritischen Zustand ist der normale

$$E_n = \frac{1}{7,4}$$

und daraus folgt:

$$\frac{1}{E_\vartheta} = \frac{\vartheta}{p_n} \cdot \frac{dp_s}{d\vartheta} = \frac{7,4 \cdot \vartheta_n}{\vartheta}$$

und somit

$$p_s = p_n e^{7,4 \left(1 - \frac{\vartheta_n}{\vartheta}\right)}.$$

Diese Formel für den Dampfdruck ist dieselbe, welche van der Waals<sup>2)</sup> aus der Theorie der korrespondierenden

1) J. D. van der Waals, *Kontinuität*, 1. Aufl. p. 148. 1881.

2) J. D. van der Waals, l. c.

Zustände hergeleitet hat, und ebenfalls dieselbe, wie die auf zwei Glieder abgekürzte Dupré-Rankinesche Formel, welche ja auch unter Voraussetzung gewisser Vereinfachungen sich theoretisch begründen läßt.<sup>1)</sup> Man gelangt also auf verschiedenen Wegen zum gleichen Endergebnis.

Daß diese Gleichung so genau die Beobachtungen wiedergibt, daß die Berechnung innerhalb der Beobachtungsfehler liegt, zeigt die folgende Tabelle, in der die äußersten Beobachtungen mit dem kenntlich gemachten Beobachter neben dem „berechneten“ Dampfdruck aufgeführt sind.

Bei der Berechnung ist  $p_s = 200,5$  Atm., nach Cailletet und Colardeau gesetzt  $\vartheta_s = 638^\circ \text{C.}$ , und die obige Formel demgemäß in der zur Berechnung in mm Hg geeigneten Form

$$\log p_s = 8,3966 - \frac{2050}{\vartheta}$$

geschrieben.

| $t$ | $p$ , berechnet | $p$ , beobachtet |                   |
|-----|-----------------|------------------|-------------------|
|     | mm Hg           |                  |                   |
| 150 | 3550            | 3532 R.          | — 3578 B.         |
| 160 | 4596            | 4580 R.          | — 4652 R. u. Y.   |
| 170 | 5875            | 5842 R.          | — 5937 R. u. Y.   |
| 180 | 7435            | 7366 R.          | — 7494 B.         |
| 190 | 9315            | 9204 R.          | — 9403 R. u. Y.   |
| 200 | 11550           | 11360 R.         | — 11625 R. u. Y.  |
| 210 | 14210           | 13895 R.         | — 14275 R. u. Y.  |
| 220 | 17315           | 16823 R.         | — 17979 B.        |
| 230 | 20945           | 20160 R.         | — 20936 B.        |
| 240 | 25153           | 25019 R. u. Y.   | — 25167 B.        |
| 250 | 29985           | 29951 B.         | — 30020 C. u. C.  |
| 260 | 35520           | 35059 R. u. Y.   | — 35761 B.        |
| 270 | 41810           | 41101 R. u. Y.   | — 43363 B.        |
| 300 | 65900           | 65511 C. u. C.   | — 67620 B.        |
| 350 | 127660          | 126923 B.        | — 127150 C. u. C. |
| 365 | 152380          |                  |                   |

Da die Berechnung der Dampfdrucke fast durchgängig zwischen den Beobachtungen liegen, dürfen wir dem Satze,

1) Vgl. hierzu P. Juliusburger, Ann. d. Phys. 3. p. 618—695. 1900.

auf welchem die Berechnung beruht, daß Wasser eine „normale“ Substanz im Sinne von S. Young ist, vertrauen und daher auch aus

$$\frac{R \vartheta_{\kappa}}{p_{\kappa} v_{\kappa}} = 3,7$$

das kritische Volumen des Wassers berechnen. Mit den in der Dampdruckformel angenommenen Konstanten  $\vartheta_{\kappa} = 638$ ,  $p_{\kappa} = 200,5 \text{ Atm.} = 152380 \text{ mm Hg}$  folgt dann

$$v_{\kappa} = 4,025 \text{ ccm pro Gramm Substanz.}$$

Batelli<sup>1)</sup> gibt als beobachteten Druck  $p_{\kappa} = 194,61 \text{ Atm.}$  und als beobachtetes Volumen  $v_{\kappa} = 4,812 \text{ ccm an.}$  Nadejdine<sup>2)</sup> findet  $v_{\kappa} = 2,33 \text{ ccm.}$

Die Berechnung spricht mehr für den Batellischen Wert. Daß die gleiche Formel, welche hier für Wasser als genau gültig nachgewiesen ist, auch für alle anderen normalen Substanzen zutrifft, verlangt die Theorie der korrespondierenden Zustände von van der Waals. Berechnungen an anderen Stoffen, wie  $\text{CO}_2$ ,  $\text{SO}_2$  u. a. zeigen, eine annähernde Gültigkeit. Leider liegen für andere Stoffe nicht immer mehrere Beobachtungsreihen vor, so daß die Bestimmung der Konstanten nicht so zuverlässig ausgeführt werden kann, wie bei Wasser. Auch in der von van der Waals für Wasser gegebenen Formel waren die Konstanten nur angenähert bestimmt und konnten es auch nur sein, da erst das spätere Beobachtungsmaterial die Mittel zu ihrer genauen Bestimmung gegeben hat.

Bemerkenswert ist, daß das Wasser, welches bei niederen Temperaturen so auffallende Anomalien zeigt, bei hohen Temperaturen sich vollkommen „normal“ verhält.

Hannover, Kgl. Techn. Hochschule, September 1904.

1) A. Battelli, Mem. dell. Ac. di Torino 2. p. 41. 1890; Phys. Rev. 2. p. 1—32. 1892.

2) Vgl. Landolt-Börnsteinsche Tabellen.

(Eingegangen 20. Oktober 1904.)



